DIMENSÕES FÍSICAS, GEOMETRIA, PERSPECTIVA, FILOSOFIA E ARTE

PHYSICAL DIMENSIONS, GEOMETRY, PERSPECTIVE, PHILOSOPHY AND ART

Raquel Anna Sapunaru*

RESUMO
A ideia de um espaço tridimensional começou a se formar no século XV. Antes disso, em um mundo dominado pelo aristotelismo, o espaço era vinculado à superfície e não ao volume. Foi através das artes que essa realidade começou a mudar. A perspectiva racional, definida aqui como um recurso gráfico que utiliza o efeito visual de linhas convergentes para criar a ilusão de tridimensionalidade do espaço e das formas representadas sobre uma superfície plana de um papel ou tela, nascida a partir de uma retomada da geometria euclidiana, entrou em cena para ficar no século XVI. Entre os muitos nomes que poderiam ser citados, destacaram-se o matemático e filósofo John Dee, o arquiteto e designer Filippo Brunelleschi, e o pintor e matemático Pierro della Francesca. Através da combinação das ideias e realizações desses três atores é possível entender uma época de transição entre o antigo e o moderno, em termos de ciência e arte.
PALAVRAS-CHAVE: Espaço tridimencional. Geometria. Perspectiva racional. Filosofia e arte.

ABSTRACT
The idea of a three-dimensional space began to form in the fifteenth century. Before that, in a world dominated by Aristotelianism, space was bound to the surface and not to the volume. It was through the arts that this reality began to change. The rational perspective, defined here as a graphic resource that uses the visual effect of converging lines to create the illusion of three-dimensionality of space and forms represented on a flat surface of a paper or canvas, born from a resumption of Euclidean geometry, came into the scene to stay in the sixteenth century. Among the many names that could be cited were the mathematician and philosopher John Dee, the architect and designer Filippo Brunelleschi, and the painter and mathematician Pierro della Francesca. By combining the ideas and achievements of these three actors it is possible to understand a time of transition between the old and the modern, in terms of science and art.
KEYWORDS: Three-dimensional space. Geometry. Rational Perspective. Philosophy and Art.

A arquitetura, a educação e os dicionários conceituam o espaço como tridimensional, ou seja, “[um] domínio de existência do universo físico cuja característica geométrica permite a extensão dos fenômenos físicos em direções mutuamente ortogonais.” (RODITI, 2005, p.

* Doutora em Filosofia. Professora de filosofia da ciência do Instituto de Ciência e Tecnologia da UFVJM. E-mail: raquel.sapunaru@ict.ufvjm.edu.br.

84). No século XVIII, Immanuel Kant argumentou que o espaço tridimencional euclidiano seria uma necessidade *a priori*[1]. Nas palavras do filósofo:

> A geometria é uma ciência que determina sinteticamente, e contudo a priori, as propriedades do espaço. […] as proposições geométricas são todas apodíticas [demonstráveis, demonstradas], isto é, implicam a consciência de sua necessidade como por exemplo: o espaço tem somente três dimensões […] (KANT, 2008, p. 66-67).

Formal, moderna e matematicamente falando, "o espaço euclidiano $\mathbb{R}^n$ […] Os pontos de $\mathbb{R}^n$ são as listas $x = (x_1, \dots, x_n)$ e $y = (y_1, \dots, y_n)$ [...]" (LIMA, 1993, p. 2); e, "[…] uma representação *orientada* do espaço é isotrópica, paralela em si, e homogênea. […] O tipo de referencial espacial é comumente chamado *Euclideano*, desde que sua estrutura seja similar àquela da geometria "Euclidiana"." (MILLER, 2016, p. 8).

Porém, na época de Kant, o mundo encontrava-se constantemente sujeito a representações da axiomática grade cartesiana, ou melhor dizendo, dos eixos x e y. Do ponto de vista do século XXI, isso parece quase autoevidente.

No entanto, a noção de que tudo o que há habita um espaço com qualquer estrutura matemática é uma inovação radical da cultura ocidental, que requer a derrubada de crenças antigas sobre a natureza da realidade. Embora o nascimento da ciência moderna, no século XVII, seja frequentemente discutido como uma transição para uma explicação mecanicista da natureza, sem dúvida mais importante, e certamente mais duradoura, a nova ciência trata, entre outras coisas, da transformação da concepção de espaço enquanto uma construção geométrica. (DIJKSTERHUIS, 1986; KOYRÉ, 1991; PORTO; PORTO, 2008).

A partir da segunda metade do século XIX, até os dias de hoje, a busca pela descrição da geometria do espaço tornou-se um grande projeto da física teórica, contando com especialistas como Albert Einstein tentando explicar todas as forças fundamentais da natureza como subprodutos da própria forma do espaço (LOPES, 1991; SOUZA, 2005). Enquanto no nível educacional mais básico os seres humanos em geral são treinados para pensar no espaço como tendo três dimensões, a relatividade geral pinta um quadro de um universo quadridimensional, e a teoria das cordas diz que ele tem bem mais de três dimensões. Sobre essa questão, Greene (1999, p. 12) afirma:

> […] [que] a maioria de nós dá como certo que o nosso universo tem três dimensões espaciais, mas isso não é verdade segundo a teoria das cordas, que afirma que o

[1] "A boa física é feita a priori. A teoria precede o fato." (KOYRÉ, 1991, p. 193).

> nosso universo tem muito mais dimensões do que parece - dimensões recurvadas, que ocupam espaços mínimos no tecido espacial.

1 CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA

Para chegar ao moderno modo matemático de pensar o espaço, primeiramente foi preciso concebê-lo como algo estendido, *à la* René Descartes e como um tipo de arena, um receptáculo, *à la* Isaac Newton, onde a matéria pode residir (SAPUNARU; SANTOS, 2006). Embora isso possa parecer óbvio, tal ideia foi um anátema para Aristóteles, cujos conceitos sobre o mundo físico dominavam o pensamento ocidental na antiguidade tardia e na Idade Média. Estritamente falando, a física aristotélica não incluiu uma teoria do espaço, apenas um conceito de lugar. Por exemplo, toma-se um copo em uma mesa. Para Aristóteles, o sistema copo-mesa está cercado de ar, que também é uma substância. Em sua visão de mundo, não existe espaço vazio, há apenas fronteiras entre o tipo de substância que compõe o sistema copo-mesa e o ar. Isso significa dizer que o espaço era apenas um limite infinitamente tênue entre o sistema copo-mesa e aquilo que o cerca. Portanto, sem extensão, o espaço não era algo em que alguma coisa mais poderia estar (SAPUNARU; SANTOS, 2006).

Curiosamente, os pré-socráticos Leucipo e Demócrito, muito antes de Aristóteles, propuseram uma teoria da realidade que invocava um modo inerentemente espacializado: a visão atomística. Nesta, o mundo material seria composto de minúsculas partículas, átomos, movendo-se através de um vazio. Todavia, Aristóteles rejeitou o atomismo, alegando que o próprio conceito de vazio era logicamente incoerente. Por definição, ele disse que o "nada" não pode existir, tampouco ser pensado. "Leucipo […] pensava que […] o todo seria vazio e ocupado por corpos; os mundos se formariam quando estes corpos entrassem no vazio […]" (DIOG. LAERT. IX *apud* BORNHEIM, 1977, p. 103); e Demócrito afirmou que "[…] conforme a convenção dos homens existem a cor, o doce, o amargo; em verdade, contudo, só existem os átomos e o vazio […]" (DEMÓCRITO *apud* BORNHEIM, 1977, p. 112), "(No vazio [os átomos] são) projetados em todas as direções." (DEMÓCRITO *apud* BORNHEIM, 1977, p. 114), "na origem de todas as coisas estão os átomos e o vazio (tudo mais não passa de suposição)" (DIOG. LAERT. IX *apud* BORNHEIM, 1977, p. 124), "os princípios são o cheio e o vazio". Superar a objeção de Aristóteles ao vazio e, portanto, ao conceito de espaço ampliado, demoraria séculos, até que Galileu Galilei e Descartes tornaram o espaço estendido um dos pilares da física do início do século XVII. Finalmente, essa visão inovadora se concretizou. Para ambos os pensadores, o espaço físico era assumido como idêntico ao reino da geometria euclidiana e esta era a linguagem de Deus (DIJKSTERHUIS, 1986; KOYRÉ, 1991; PORTO; PORTO, 2008).

Cabe observar que a ideia da linguagem geométrica ser algo mais do que matemática, antecedeu o século XVII. Muito antes de os físicos adotarem a visão euclidiana, os pintores foram pioneiros em uma concepção geométrica do espaço, e talvez seja a eles que se deve esse salto na estrutura conceitual humana. Durante o final da Idade Média, sob uma nova influência emergente de Platão e Pitágoras, os principais rivais intelectuais de Aristóteles, a visão de que Deus havia criado o mundo de acordo com as leis da geometria euclidiana começou a se infiltrar na Europa.

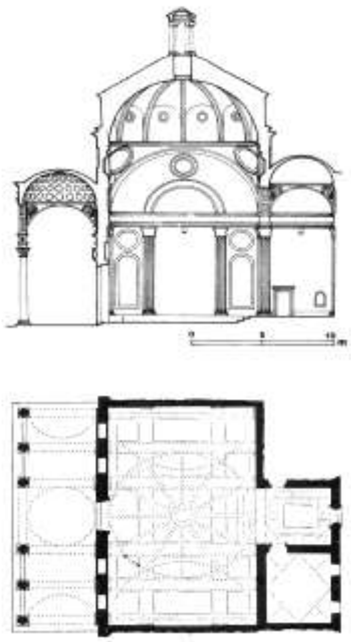
A Renascença apresentou grandes nomes cujas obras refletiram os novos tempos tanto na matemática, quanto na arte. A geometria euclidiana foi resgatada de maneira elegante. Seu maior expoente foi John Dee, cujo “Prefácio Matemático dos Elementos de Euclides de Megara”, é considerado como um dos maiores tratados matemáticos de seu tempo. (KATZ, 2010, KNOESPEL, 1987). A originalidade da interpretação da geometria euclidiana impetrada por Dee, nesse prefácio, inspirou os artistas e arquitetos renascentistas e, provavelmente, deu à luz a perspectiva, mais conhecida como arte matemática aplicável à pintura e à arquitetura desde então. No entanto, antes de retornar à obra de Dee, é mister contextualizar um pouco mais a Renascença europeia, principalmente no que tange à Itália.

2 FILIPPO BRUNELLESCHI E PIERRO DELLA FRANCESCA

É possível descrever o período renascentista como a época na qual a humanidade voltou-se para si, desenvolvendo uma ideia de autoconsciência, após séculos de religião, isto é, de um universo místico. Finalmente, no século XV, ocorreu o despertar do homem para a necessidade de explorar o mundo e conhecer racionalmente as leis que o governavam. Na pintura essa nova maneira de entender o mundo levou à representação do espaço tridimencional, conforme as leis da matemática em ascensão. Essas leis, conhecidas hoje como perspectiva racional, foram descobertas por Filippo Brunelleschi. (CONTI, 1978; SEVCENKO, 1988; UPJOHN; WINGERT; MAHLER, 1975).

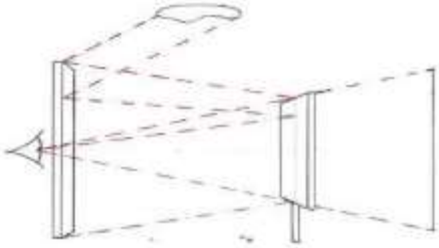
Brunelleschi é considerado um dos fundadores da arquitetura renascentista. Como designer e arquiteto, ficou famoso por projetar a cúpula da Catedral de Florença (FIGURA 1), utilizando técnicas já deixadas de lado desde a antiguidade. No entanto, foi o desenvolvimento da perspectiva racional que esteve à frente das representações pictóricas do espaço. Isso tornou-o famoso nos meios acadêmicos. Enquanto arquiteto, Brunelleschi ilustrou a perspectiva racional a partir de experimentos com a ótica geométrica (FIGURA 2). Para tal, ele pintou dois painéis: 1) o Batistério Florentino e 2) o Palazzo Vecchio; e seus feitos mostraram aos artistas como eles poderiam pintar não apenas formas bidimensionais planas, mas estruturas tridimensionais. Assim, a partir do século XV, a perspectiva racional, enquanto ferramenta artística inovadora, espalhou-se por toda a Europa (ARGAN; ROBB, 1946). Portanto, a mensagem que os adeptos da perspectiva racional queriam passar era a seguinte: se o mundo assim se apresentasse, de uma perspectiva tridimencional, e se os artistas quisessem retratá-lo de verdade, eles deveriam imitar o Criador em suas estratégias representacionais.

Figura 1 – Projeto arquitetônico da Catedral de Florença.



Fonte - https://it.wikipedia.org/wiki/Filippo_Brunelleschi

Figura 2 – Experimentos de ótica geométrica no Batistério Florentino.



Fonte - https://en.wikipedia.org/wiki/Filippo_Brunelleschi

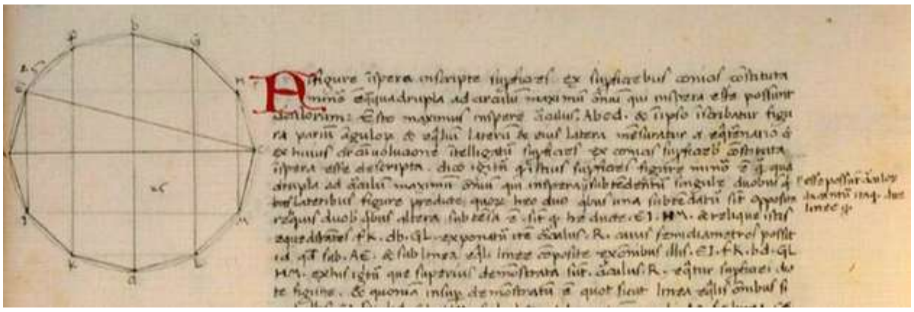
Entre os séculos XIV e XVI, vários artistas, entre os quais destaca-se aqui Piero della Francesca, desenvolveram suas próprias técnicas com base na perspectiva racional. Ao explorar conscientemente os princípios geométricos, esses pintores gradualmente aprenderam a construir imagens de objetos no espaço tridimensional. No processo, eles reprogramaram as mentes europeias para ver o espaço de uma maneira euclidiana. A derrubada do pensamento aristotélico sobre o espaço foi alcançada em parte como um longo e lento subproduto de pessoas face a face com pinturas e sentimentos perspectivistas, como se estivessem olhando através de mundos tridimensionais para o outro lado de uma parede. Enquanto os filósofos e os protocientistas desafiavam cautelosamente os preceitos aristotélicos sobre o espaço, os artistas cortavam caminho através desse território intelectual apelando para os sentidos. De forma literal, a representação da perspectiva racional era uma forma de realidade virtual que, como os jogos atuais, tinha como objetivo dar aos espectadores a ilusão de que eles haviam sido transportados para outros mundos geometricamente coerentes e psicologicamente convincentes. (CONTI, 1978; SEVCENKO, 1988; UPJOHN; WINGERT; MAHLER, 1975). Abaixo (FIGURA 3), a "Cidade ideal", uma das obras prima da perspectiva racional de Piero della Francesca.

Figura 3 – Cidade ideal.

Fonte - http://warburg.chaa-unicamp.com.br/img/obras/idealcit.jpg

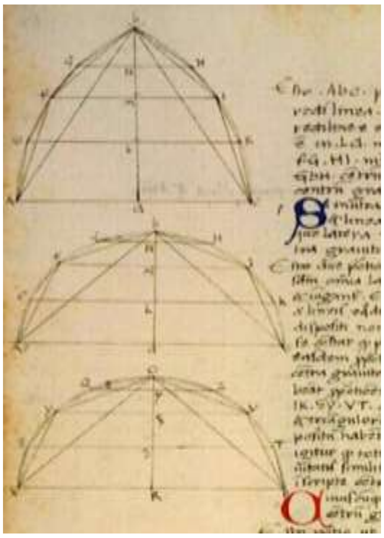
Ainda sobre della Francesca "[…] na sua obra De prospective pingendi (Da Perspecticva para Pintar), escrita entre 1470 e 1490, debateu pormenorizadamente como desenhar vários objectos geométricos bi e tridimencionais em perspectiva focada." (KATZ, 2010, p. 491). Além disso, della Francesca merece destaque por ter sido o ilustrador de uma das edições latinas das obras completas de Arquimedes (FIGURA 4 e FIGURA 5). Como matemático, ele deu uma nova vida às incursões das divisões infinitas do matemático grego.

Figura 4 – Livro de Arquimedes, conoides e esperoides.



Fonte – Oeuvres d'Archimède copié par Piero della Francesca (Conoïds et Spéroïdes) - Category_Oeuvres d'Archimède - MS de Piero della Francesca - Wikimedia Commons.pdf

Figura 5 – Livro de Arquimedes, quadrature da parábola.



Fonte – Oeuvres d'Archimède copié par Piero della Francesca (Quadrature du parabole) - Category_Oeuvres d'Archimède - MS de Piero della Francesca - Wikimedia Commons.pdf

3 JOHN DEE, GEOMETRIA E PERSPECTIVA E A *PLANOLÂNDIA* DE ABBOTT

Retornando a Dee, sobre esse curioso pensador há muito o que se comentar. Trata-se de um matemático, astrônomo e filósofo ocultista inglês, além atuar como conselheiro da rainha Elizabeth I e um dos homens mais eruditos de sua época. Ainda muito moço, foi convidado a dar uma aula sobre geometria euclidiana na Universidade de Paris. Dee era um ardente promotor da matemática, bem como um especialista em navegação, tendo treinado diversos navegadores ingleses de renome. Para completar, era também um estudioso do neoplatonismo renascentista e, por isso, não fazia distinções entre sua pesquisa matemática e suas investigações sobre filosofia ocultista. (KNOESPEL, 1987, ST. CLAIRE, 1963).

Influenciado pelas doutrinas platônico-pitagóricas difundidas no Renascimento, ele acreditava que os números eram a base de todas as coisas e a chave para todo o conhecimento. Dee acreditava que o homem tinha o potencial para conhecer o poder divino, e que esse poder poderia ser exercido através da matemática. Ao escrever o "Prefácio Matemático dos Elementos de Euclides de Megara", bem como notas e material suplementar, para a tradução inglesa, diretamente do grego, de Sir Henry Billingsley dos *Elementos* de Euclides, em 1570, argumentou longamente sobre a importância da matemática, e delineou a influência dessa ciência sobre demais ciências e artes. A primeira tradução para a língua inglesa dos *Elementos* de Euclides, mesmo que destinada a um público fora das universidades, provou ser o mais influente e importante trabalho matemático de sua época. (KNOESPEL, 1987, ST. CLAIRE, 1963).

Explorando mais a fundo o prefácio de Dee, observa-se a divisão da matemática em duas categorias, a saber: a vulgar, destinada aos mais diversos saberes:

> […] que, declinando da pureza, simplicidade, e Imaterialidade, de nossa Principal Ciência de Magnitudes: faz ainda, portanto, uso de grande ajuda, direção, e Método da dita principal Ciência, e tem nomes próprios e distintos: ambos da Ciência da Geometria, (do qual eles são derivados) e um a partir de outro. Como Perspectiva […] (DEE, 2007, p. 19).

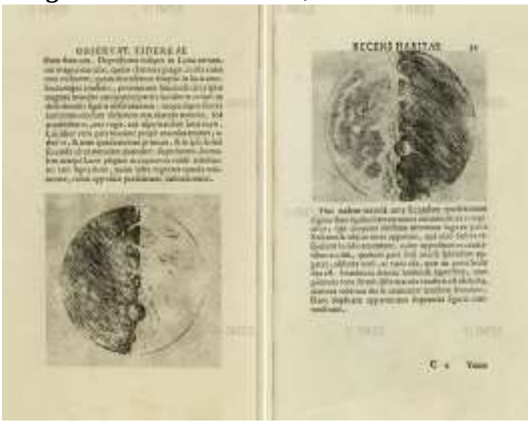
E a perspectiva, focada na ciência, cuja descrição aponta para "[…] uma Arte Matemática, que demostra a maneira, e propriedades, de todas Radiações Diretas, Quebrada e Refletida." (DEE, 2007, p. 38). Cabe ressaltar que Dee, como um grande matemático, escreveu:

> Das coisas matemáticas, são duas as principais, a saber: número e magnitude. Número, nós definimos por uma certa soma matemática de unidades. E, uma unidade é uma coisa matemática, indivisível [...]. Alguém poderá razoavelmente chamá-la de "um". Nós contamos uma unidade [...] embora esta não seja um número, e também [seja] indivisível [...]. Magnitude é uma coisa matemática por participação de alguns iguais dessa natureza, [pois] todas as coisas são muito longas, largas ou densas. (DEE, 2007, p. 5).

Nesse ponto, Dee define o sólido como possuidor das três magnitudes, o plano com duas, e a linha com uma. Em seguida, ele afirma que "primeiro, nós iremos considerar sobre o número e da ciência matemática [...] Aritmética e depois da magnitude de sua ciência de Geometria" (DEE, 2007, p. 5).

O ilusório espaço euclidiano da representação perspectivista que gradualmente se estabeleceu na consciência europeia, foi abraçado por Descartes e Galileu como o espaço do mundo real e, ao mesmo tempo, divino. Vale acrescentar que o próprio Galileu foi treinado em perspectiva. Sua capacidade de representar a profundidade foi uma característica proeminente em seus desenhos inovadores da Lua, que mostravam montanhas e vales e implicavam que a Lua era tão solidamente material quanto a Terra (FIGURA 6). (CUSHING, 2000; KOYRÉ, 1991).

Figura 6 – Lua de Galileu, *Sidereus Nuncius*.



Fonte – https://brunelleschi.imss.fi.it/galileopalazzostrozzi/object/GalileoGalileiSidereusNuncius.html

Ao adotar o espaço das imagens perspectivadas, Galileu pôde mostrar como objetos como balas de canhão se moviam de acordo com as leis matemáticas. O espaço em si era uma abstração, um vazio inexpressivo, inerte, intocável, não sensível, cuja única propriedade cognoscível era sua forma euclidiana. No final do século XVII, Newton expandiu a visão galileana para abranger o universo como um todo, que agora se tornava um vácuo tridimensional potencialmente infinito, um vasto vazio sem qualidade que se estendia para sempre em todas as direções. A estrutura isomórfica do real foi assim transformada de uma questão filosófica e teológica em uma proposição geométrica (KOYRÉ, 1991).

Onde os pintores usaram ferramentas matemáticas para desenvolver novas formas de fazer imagens, agora, no alvorecer da revolução científica[2], Descartes descobria uma maneira de fazer imagens a partir de relações matemáticas *per se*. No processo, ele formalizou o

[2] "Por vezes, essa revolução é caracterizada e, ao mesmo tempo, explicada por uma espécie de revolta espiritual, por uma transformação completa de toda a atitude fundamental do espírito humano. A vida ativa, *vita activa*, tomando lugar da *theoria*, *vita contemplativa*, que até então tinha sido considerada como sua forma mais elevada. O homem moderno procura dominar a natureza, enquanto o homem medieval ou antigo se esforça, principalmente, por contemplá-la." (KOYRÉ, 1991, p. 152).

conceito de uma dimensão e injetou na consciência humana não apenas uma nova maneira de ver o mundo, mas uma nova ferramenta de desenvolvimento da ciência. Quase todos hoje reconhecem os frutos do gênio de Descartes na imagem do plano cartesiano, uma grade retangular marcada com um eixo x e y, e um sistema de coordenadas. Por definição, o plano cartesiano é um espaço bidimensional porque precisa-se de duas coordenadas para identificar qualquer ponto dentro dele. Descartes descobriu que, com essa estrutura, ele poderia vincular as formas geométricas a equações. Assim, um círculo com um raio de 1 pode ser descrito pela equação $x^2 + y^2 = 1$. (DESCARTES, 2015).

Um vasto conjunto de figuras que se pode desenhar nesse plano pode ser descrito por equações e essa geometria analítica, cartesiana, logo se tornaria a base para os cálculos desenvolvidos por Newton e Gottfried Leibniz, objetivando tanto aprofundar a análise de movimento dos físicos, quanto o conhecimento matemático da época. (GONDIM; SAPUNARU, 2016). Uma maneira de entender os cálculos é com o estudo das curvas. Assim, por exemplo, trata-se de uma ferramenta que permite definir formalmente onde uma curva é mais íngreme, ou onde atinge um máximo ou mínimo local. Quando aplicado ao estudo do movimento, o cálculo fornece uma maneira de analisar e prever onde, por exemplo, um objeto lançado no ar alcançará uma altura máxima, ou quando uma bola rolando por um declive curvo alcançará uma velocidade específica. Desde as suas invenções, os cálculos tornaram-se ferramentas vitais para quase todos os ramos da ciência.

Considerando o panorama anterior, vê-se como se pode adicionar um terceiro eixo, z, aos anteriores x e y. Assim, é possível descrever a superfície de uma esfera. Aqui, a equação para a esfera de raio de 1, torna-se: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Com três eixos, é possível descrever formas no espaço tridimensional; e novamente, cada ponto é identificado unicamente por três coordenadas, pois a existência de três elementos é a condição necessária para um espaço tridimensional. Porém, por que parar por aí? Se for adicionado um quarto eixo e, consequentemente, uma quarta dimensão, o que acontece? Suponha-se que haja uma quarta coordenada chamada “t”. Agora, a equação para uma esfera no espaço de quatro dimensões: $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$. O problema encontra-se na impossibilidade de desenhar esse objeto, mas, matematicamente, a adição de outra dimensão é absolutamente legítima e logicamente consistente. Assim sendo, outras tantas dimensões poderão ser adicionadas, pois mesmo que não possam ser visualizadas sua descrição simbólica é viável. Em outras palavras, pode-se descrever uma esfera em qualquer número de dimensões. Tudo o que é preciso fazer é continuar adicionando novos eixos de coordenadas. Isso é o que os matemáticos chamam de graus de liberdade. Isto posto, os graus de liberdade podem ser definidos da seguinte forma:

> Para um sistema mecânico, qualquer um dos parâmetros ou coordenadas independentes são necessários para caracterizar a sua configuração. O plural *graus de liberdade* é freq. us. Para indicar o menor número desses parâmetros que estabeleçam uma caracterização univocal. Uma particular puntiforme necessita de três coordenadas independentes para especificar sua posição no espaço, i. e., três graus de liberdade; duas partículas independentes terão seis graus de liberdade; se as duas partículas estiverem ligadas por um eixo rígido há apenas cinco graus de liberdade, três coordenadas, para uma das partículas (ou para o centro de massa do sistema), e dois ângulos. (RODITI, 2005, p. 123).

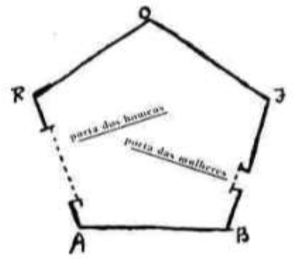
Convencionalmente, os graus de liberdade são chamados $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots$ De modo igual, como qualquer ponto em um plano cartesiano pode ser descrito por duas coordenadas (x, y), qualquer ponto em um espaço de treze dimensões pode ser descrito por um conjunto de treze coordenadas. Do ponto de vista da matemática, uma dimensão nada mais é do que um outro eixo de coordenada, ou outro grau de liberdade, que finalmente se torna um conceito puramente simbólico, não necessariamente ligado ao mundo material (KATZ, 2010). Para um lógico, a matemática é tão somente uma ciência de símbolos e, como tal, não precisa se relacionar com nada diferente de si mesma. Por conseguinte, a matemática, em certo sentido, é a lógica solta no campo da imaginação.

Ao contrário dos matemáticos que têm a liberdade de brincar no campo das ideias, a física está ligada à natureza e, pelo menos em princípio, é aliada às coisas materiais. No entanto, tudo isso levanta uma possibilidade libertadora, pois, se a matemática permite mais do que três dimensões e pode-se pensar que a matemática é útil para descrever o mundo, como se sabe que o espaço físico é limitado a três dimensões? Embora os renascentistas Galileu e Newton, e o já iluminista Kant tivessem se limitado ao comprimento, à largura e à altura para serem axiomáticos, não poderia haver mais dimensões para o nosso mundo?

Novamente, a ideia de um universo com mais de três dimensões foi injetada na consciência pública através de um meio artístico, neste caso, pela via da especulação literária. Trata-se do matemático Edwin Abbott e sua obra intitulada *Planolândia*: um romance em muitas dimensões, de 1884. Abbott descreve uma sátira social que conta a história de um “Quadrado”, um plebeu que também é narrador da história. “Quadrado” é habitante de um universo plano, subitamente visitado por um ser tridimensional, o “Forasteiro”, que primeiro discute e depois o impulsiona para o magnífico mundo dos sólidos. Nesse paraíso volumétrico, “Quadrado” vê uma versão tridimensional de si mesmo, o “Cubo”, e começa a sonhar em avançar para uma quarta, quinta e sexta dimensões. Um bom exemplo dessa narrativa encontra-se no Capítulo 2, no qual o "Quadrado" discorre sobre o clima e as casas em *Planolândia* (FIGURA 7). Nesse trecho, quando o "Quadrado" fala sobre a estrutura das casas, o leitor é remetido à realidade bidimensional do narrador:

> A forma mais comum de construção de casas é a de cinco lados ou pentagonal, como na figura abaixo. Os dois lados voltados para o norte, RO e OF, formam o telhado, que em sua maioria não tem portas. No lado leste há uma pequena porta para as mulheres; no lado oeste, uma porta bem maior para os homens; o lado sul ou chão em geral não tem porta.
> Não são permitidas casas quadradas e triangulares pelo seguinte motivo: como os ângulos de um quadrado (e ainda mais os ângulos de um triângulo equilátero) são muito mais pontudos do que os de um pentágono, e como as linhas dos objetos inanimados (tais como casas) são mais indistintas do que as linhas dos homens e das mulheres, segue-se que o perigo de que as pontas de uma casa quadrada ou triangular possam ferir seriamente um viajante desatencioso ou talvez distraído que vá de encontro a elas não é pequeno. E, já no século onze de nossa era, casas triangulares eram universalmente proibidas por lei, sendo as únicas exceções fortificações, paióis de pólvora, quartéis e outros prédios públicos, dos quais a população em geral não deve se aproximar sem circunspeção. (ABBOTT, 2002, p. 11).

Figura 7 – Mapa da *Planolândia*.



Fonte – ABBOTT, 2002, p. 11

Mais adiante há um diálogo sobre o espaço que também merece uma atenção maior:[3]

> [F]- Tocou em mim o suficiente desta vez? Ainda não se apresentou a mim?
> [Q]- Ilustríssimo senhor, perdoe minha falta de jeito, que vem não por eu ignorar os costumes da sociedade, mas, sim, de uma certa surpresa e nervosismo, resultado desta visita um tanto inesperada. E imploro que não revele minha indiscrição a ninguém, especialmente à minha esposa. Mas antes que vossa senhoria fale mais alguma coisa, teria a bondade de satisfazer a curiosidade de alguém que gostaria de saber de onde vem seu visitante?
> [F]- Do espaço, senhor, do espaço. De onde mais?
> [Q]- Perdoe-me, senhor, mas vossa senhoria já não está no espaço, vossa senhoria e este seu humilde servo, neste exato momento?
> [F]- Ora bolas! O que sabe o senhor do espaço? Defina espaço.
> [Q]- Espaço, meu senhor, é altura e largura prolongadas indefinidamente.
> [F]- Exatamente. Vê-se que nem sabe o que é espaço. O senhor acha que tem apenas

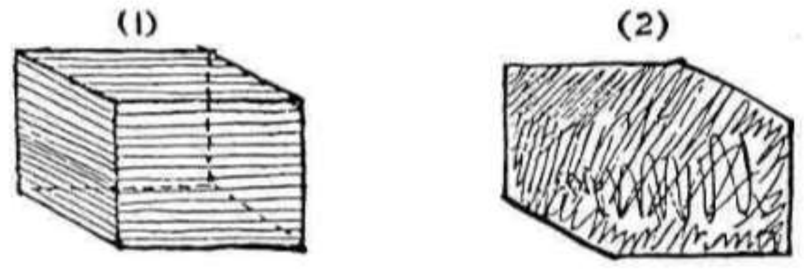
[3] [F] indica a fala do "Forasteiro" e [Q] a do quadrado.

> duas dimensões, mas eu vim apresentar ao senhor uma terceira: altura, largura e extensão.
> [Q]- Vossa senhoria se apraz em se divertir. Também falamos de extensão e altura, ou largura e espessura, dessa forma denotando duas dimensões por quatro nomes.
> [F]- Mas me refiro não apenas a três nomes, mas a três dimensões.
> [Q]- Vossa senhoria indicaria ou explicaria para mim em qual direção fica a terceira dimensão que eu ignoro? (ABBOTT, 2002, p. 53).

Chama ainda a atenção, no Capítulo 19, a conversa da “Esfera” conversa com o “Quadrado” em torno de algumas questões relativas à “Espaçolândia”, que tentam explicar a existência de outra dimensão, exibindo termos como extensão, largura e sólidos (FIGURA 8):

> [Q]- Não dai atenção a vosso irmão. Possivelmente tereis tempo mais do que suficiente daqui por diante para expressar vosso pesar. Segui-me. Mais uma vez nos elevamos no espaço.
> - Até aqui - disse a esfera - só mostrei figuras planas e seus interiores. Agora, deixe-me apresentá-lo aos sólidos, e revelar o plano no qual eles são construídos. Veja esta multidão de cartões quadrados móveis. Veja, eu coloco um sobre o outro, não (como o senhor supunha) um seguido do outro na direção norte, mas, sim, um sobre o outro. Agora um segundo e um terceiro. Veja, estou construindo um sólido usando uma multidão de quadrados em paralelo uns aos outros. Agora o sólido está completo, e é tão alto quanto é extenso e largo, e nós o chamamos de cubo.
> [Q]- Perdoe-me, meu senhor - retruquei -, mas para a minha vista a aparência é a de uma figura irregular cujo interior está exposto. Em outras palavras, parece-me que não vejo um sólido, mas um plano como o que inferimos em Planolândia, só que com uma irregularidade própria de um terrível criminoso, cuja mera visão é dolorosa a meus olhos.
> - Exatamente - disse a esfera -, parece-lhe um plano porque o senhor não está acostumado com luz, sombra e perspectiva, da mesma forma como, em Planolândia, um hexágono pareceria ser uma linha reta para quem não conhecesse a arte do reconhecimento pela visão. Mas na realidade é um sólido, como o senhor vai descobrir por meio do tato. (ABBOTT, 2002, p. 64-65).

Figura 8 – Sólidos tridimensionais, *Planolândia*.



Fonte - ABBOTT, 2002, p. 64.

Para sua desgraça, de volta a terra plana, “Quadrado” é considerado um lunático e trancado em um hospício. Um parêntese: uma das virtudes da história é o reconhecimento dos perigos inerentes à ostentação da convenção social. Enquanto “Quadrado” defende outras dimensões do espaço, ele também defende outras dimensões do ser, como orientações sexuais diferentes das tradicionais, aceitas pela sociedade da época (SOARES, 2014). Cabe apontar que a vida intelectualmente produtiva de Abbott começou na segunda metade do século XIX e se estendeu até o início do século XX. Nesse período, uma série de autores e artistas exploravam ideias sobre a quarta dimensão e elucubravam sobre o que poderia significar para os humanos encontrarem-na.

4 A CONTEMPORANEIDADE DIMENSIONAL

Então, em 1905, Einstein publicou um artigo descrevendo o mundo real como um cenário de quatro dimensões. Em sua teoria da relatividade especial, o tempo foi adicionado às três dimensões clássicas do espaço. No formalismo matemático da relatividade, todas as quatro dimensões estão unidas, e o termo espaço-tempo entrou no léxico. Esse agenciamento não foi de forma alguma arbitrário. Einstein descobriu que, ao seguir esse caminho, surgiu um poderoso aparato matemático que transcendeu a física de Newton e permitiu-lhe prever o comportamento de partículas eletricamente carregadas. Somente em um modelo de quatro dimensões do mundo o eletromagnetismo pode ser descrito de forma completa e precisa. A relatividade era muito mais do que outro jogo literário, especialmente quando Einstein a estendeu da teoria especial para a teoria geral. Agora, finalmente, o espaço multidimensional tornou-se imbuído de um profundo significado físico. (CUSHING, 2000; EINSTEIN; INFELD, 2008).

Na ideia de um mundo newtoniano, a matéria se move através do espaço no tempo sob a influência de forças naturais, particularmente a gravidade. O espaço, o tempo, a matéria e a força são categorias distintas da realidade (NEWTON, 1999). Com a relatividade especial, Einstein demonstrou que espaço e tempo eram unificados, reduzindo assim as categorias físicas fundamentais de quatro para três: espaço-tempo, matéria e força. A relatividade geral dá mais um passo ao envolver a força da gravidade na estrutura do próprio espaço-tempo. (LOPES, 1991; CUSHING, 2000; EINSTEIN, 1981; EISBERG, 1979; SOUZA, 2005; EINSTEIN; INFELD, 2008). Visto a partir de uma perspectiva quadridimensional, a gravidade é apenas uma coisa na forma do espaço.

Para compreender essa situação *sui generis*, é possível imaginar um análogo bidimensional, uma superfície semelhante a uma grade cartesiana. Em seguida, coloca-se uma bola de boliche nessa grade. Ao redor, a superfície se esticará e deformará, de modo que alguns pontos se afastarão uns dos outros, pois perturba-se a medida inerente da distância dentro do espaço, tornando-a irregular. A relatividade geral diz que essa deformação dá-se porque um objeto pesado, como o Sol, deforma o espaço-tempo, e a aberração da perfeição cartesiana do próprio espaço dá origem ao fenômeno que experimenta-se como gravidade. Enquanto na física de Newton a gravidade surge do nada, na física de Einstein esta surge naturalmente de uma geometria inerente a uma variedade quadridimensional; em lugares onde a variedade se estende mais, ou se desvia mais da regularidade cartesiana, a gravidade parece mais forte. Aqui, a vasta força cósmica mantém os planetas em órbita ao redor das estrelas e estrelas em órbita ao redor das galáxias. Portanto, isso nada mais é do que um efeito colateral do espaço deformado: a gravidade é literalmente uma geometria em movimento, em ação. (LOPES, 1991; EINSTEIN, 1981; EISBERG, 1979; SOUZA, 2005).

Se mover-se em quatro dimensões ajuda a explicar a gravidade, então pensar em cinco dimensões pode ter alguma vantagem científica? A matemática se encaixava como mágica, mas o problema, nesse caso, era que a dimensão adicional não parecia se correlacionar com nenhuma qualidade física específica. Na relatividade geral, a quarta dimensão era o tempo; a quinta dimensão não era nada que se pudesse apontar, ver ou sentir: era apenas matemática. Contudo, diz-se que cada ponto no espaço-tempo de quatro dimensões tem um pequeno círculo extra de espaço, muito pequeno para ser visto. Somente físicos com aceleradores de partículas superpoderosos podem esperar enxergar até uma escala tão minúscula.[4]

Na segunda metade do século XX, os físicos descobriram duas forças adicionais da natureza, ambas operando na escala subatômica. Chamadas de força ou interação nuclear fraca, e força ou interação nuclear forte são responsáveis por alguns tipos de radioatividade e por manter os quarks juntos para formar os prótons e nêutrons que compõem os núcleos atômicos. Roditi define as interações nucleares fraca e forte como:

> [A interação nuclear fraca é uma] interação entre partículas elementares subatômicas denominadas leptons e tb. presente no decaimento de hárdrons, sendo responsável pelo decaimento beta. A ocorrência destes processos de decaimento que, devido a leis de conservação, não poderia ser originada nem por interações fortes nem pelas eletromagnéticas, conduziu à existência das interações fracas. A melhor descrição das interações fracas encontra-se na teoria de calibre chamada eletrofraca, que descreve de forma unificada as interações fracas e eletromagnéticas, sendo que os bosons de calibre intermediam a interação dos bósons W e Z [que possuem massa], além do fóton. A magnitude da interação fraca é aproximadamente 10^{12} vezes menor que a da interação forte. (RODITI, 2005, p. 123).

[4] “Finalmente, a teoria das cordas tem mais de quatro dimensões espaço-temporais e, do ponto de vista cosmológico, temos de considerar a evolução de todas elas.” (GREENE, 1999, p. 222).

E

> [A interação nuclear forte é uma] interação de alcance extremamente curto (aprox. 10^{15} m correspondente à ordem de grandeza do raio de um nuclídeo) entre partículas elementares subatômicas chamadas hárdrons e que é responsável pela estabilidade do núcleo atômico; sua magnitude pode ser caracterizada pela constante de acoplamento forte. A teoria que procura descrever as interações fortes é chamada de cromodinâmica quântica, uma teoria de calibre na qual os bosons de calibre intermediando as interações são os glúons. A magnitude das interações fortes é aproximadamente 100 vezes maior que a da interação eletromagnética e 10^{12} vezes maior que a interação fraca. (RODITI, 2005, p. 123).

Outrossim, os físicos começaram a explorar o novo tema da teoria das cordas, que postula que as partículas são como elásticos minúsculos vibrando no espaço, os teóricos gradualmente começaram a se perguntar se as duas forças subatômicos também poderiam ser descritas em termos de geometria do espaço-tempo.

Acontece que, a fim de abranger essas duas forças, é preciso adicionar outras cinco dimensões à nossa descrição matemática. Novamente, nenhuma dessas dimensões adicionais se relaciona diretamente com a experiência sensorial, pois só existem na matemática. Isso leva às dez dimensões da teoria das cordas. Aqui estão as quatro dimensões em grande escala do espaço-tempo, descritas pela relatividade geral, mais seis dimensões extras, uma para o eletromagnetismo e cinco para as forças nucleares, todas enroladas em algumas formas complexas, amassadas, em uma estrutura geométrica (GREENE, 1999).

De uma outra perspectiva, mais resumida, na ideia fundamental da teoria das cordas a matéria contém moléculas, e estas são compostas de átomos, e estes de elétrons, neutrons e prótons, e estes de quarks. A teoria das cordas sugere que se olhe mais a fundos nos quarks e lá encontra-se um pequeno filamento de uma corda vibrante. Então, a ideia seria que as diferentes vibrações de uma corda, como as vibrações das cordas de um violino, que produzem diferentes notas musicais, produziriam diferentes tipos de partículas. Uma corda vibrando de um jeito seria um quark, vibrando de outro jeito, seria um elétron e assim por diante. Então tudo é unificado sob essa única ideia de cordas vibrantes em espaços minúsculos (GREENE, 1999). Um grande esforço está sendo gasto por físicos e matemáticos para entender todas as formas possíveis que esse espaço minúsculo pode tomar e quais das alternativas são realizáveis no mundo real. Até agora, não se tem evidências de nenhuma dessas dimensões adicionais.

UMA BREVE CONCLUSÃO

O projeto de entender a estrutura geométrica do espaço é uma das conquistas mais importantes da ciência, mas será que os físicos teriam chegado ao fim dessa estrada? Acontece que, em certo sentido, Aristóteles estava certo, pois de fato existem problemas lógicos com a noção de espaço ampliado. Apesar de todos os extraordinários sucessos da relatividade, sabe-se que sua descrição do espaço não pode ser a última porque, no nível quântico, se decompõe. Nos últimos cinquenta anos, os físicos têm tentado sem sucesso unir sua compreensão do espaço em escala cosmológica com o que observam em escala quântica e cada vez mais parece que tal síntese poderia exigir uma nova física radical. Por fim, até mesmo Descartes poderia ficar surpreso com o ponto em que sua visão nos levou e com a complexidade que veio a ser contida na simples palavra dimensão.

REFERÊNCIAS

ABBOTT, E. A. **Planolândia**: um romance de muitas dimensões. Editora: Conrad, 2002.

ARGAN, G. C.; ROBB, N. A. The architecture of brunelleschi and the origins of perspective theory in the fifteenth century. **Journal of the Warburg and Courtauld Institutes**. 9:96-121 .1946).

BORNHEIM, G. A. (org.). **Os filósofos pré-socráticos**. São Paulo: Cultrix, 1977.

CONTI, F. **Como reconhecer a arte grega.** São Paulo: Martins Fontes, 1978.

CUSHING, T. J. **Philosophical concepts in physics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

DEE, J. **The mathematical preface to the elements of geometrie of Euclid of Megara.** 2007. Disponível em: <https://www.gutenberg.org/ebooks/22062>. Acesso em: 11 fev. de 2019.

DESCARTES, R. **A geometria**. Tradução, Introdução e Comentários de Bruna Barbosa Fernandes, Clediana da Silva, Filipe Bruzinga Brant e Raquel Anna Sapunaru. 2. ed. São Paulo: Editora da Livraria da Física, 2015.

DIJKSTERHUIS, J. E. **The mechanization of the world picture**: Pythagoras to Newton. Princeton: Princeton University Press, 1986.

EINSTEIN, A. **Como vejo o mundo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1981.

EINSTEIN, A; INFELD, L. **A evolução da física**. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

EISBERG, R. M. **Fundamentos da física moderna**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1979.

GONDIM, D. M.; SAPUNARU, R. A. **Os atores (des)conhecidos dos cálculos**. Disponível em: http://www.editorafi.org/058raquel?fb_comment_id=1160222427400463_1165611463528226. Porto Alegre: Editora Fi, 2016.

GREENE, B. O **Universo elegante**: supercordas, dimensões ocultas e a busca da teoria definitiva. 1999. Formatação/conversão e pub: Reliquia Tradução: José Viegas Filho Revisor técnico: Rogério Rosenfeld (Instituto de Física Teórica/Unesp).

KANT, E. **Crítica da razão pura**. 8. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

KATZ, V. J. **História da matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

KNOESPEL, K. J. The narrative matter of mathematics: John Dee's Preface to the “Elements” of Euclid of Megara (1570). **Philological quarterly. Iowa City,** v. 66, Iss. 1, (Winter 1987): 26.

KOYRÈ, A. **Estudos de história do pensamento científico**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1991.

LIMA, E. L. **Espaços métricos**. Rio de Janeiro: LTC, 1993.

LOPES, J. L. A imagem física do mundo: de Parmênides a Einstein. **Estudos Avançados**, 12(5), 1991.

MILLER, D. M. **Representing the space in scientific revolution**. Cambridge: Cambridge University Press, 2016.

NEWTON, I. **The mathematical principles of natural philosophy**: a new translation. I. B. Cohen e A. Whitman (ed.). Los Angeles: University of California Press, 1999.

PORTO, C. M.; PORTO, M. A evolução do pensamento cosmológico e o nascimento da ciência moderna. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 30, n. 4, 4601 (2008).

RODITI, I. **Dicionário Houaiss de física**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2005.

SAPUNARU, R. A.; SANTOS, C. A. G. **O “Estilo Newtoniano”, o espaço, o tempo e o movimento “absolutos”: controvérsias entre cartesianos e newtonianos.** Dissertação (Mestrado em Filosofia). Programa de Pós-graduação em Filosofia da PUC-Rio. Rio de Janeiro, 17 fev. 2006.

SEVCENKO, N. **O renascimento.** São Paulo: Atual, 1988.

SOARES, F. E. **As classes subalternas de Londres no século XIX**: miseráveis, operários, criminosos, prostitutas. 2014. Disponível em:

http://www.historia.uff.br/nec/sites/default/files/As_classes_subalternas_de_londres.pdf. Acesso em: 11 fev. 2019.

SOUZA, E. G. Depois do annus mirabilis de Einstein: matéria e universo. **Scientiæ Studia**, São Paulo, v. 3, n. 4, p. 727-32, 2005.

ST. CLAIR, C. N. John Dee's “Mathematicall Preface”: a sixteenth century classification of the mathematical arts and sciences. **Social Sciences**. p. 165-168.

UPJOHN, E. M.; WINGERT, P. S.; MAHLER, J. G. **História mundial da arte.** v. 3, Renascimento. Rio de Janeiro: Difel, 1975.