



Modelagem de Tráfego Urbano via Medidas de Energia e Densidade de Movimento*

Energy and Density of Movement for Modelling Urban Traffic System

Ramon da Cunha Lopes¹
Márcio Fantini Miranda²
Paulo Eduardo Maciel de Almeida (*in memoriam*)³
Elizabeth Fialho Wanner⁴

Resumo

Neste trabalho é proposta a aplicação dos conceitos de energia e densidade de movimento em sistemas inteligentes de tráfego urbano, usados como ferramenta para modelagem e atuação em uma rede de tráfego urbano. A principal contribuição está relacionada com a metodologia de modelagem que, ao adotar a quantidade de movimento como variável de estado de modelo, reduz sua estrutura e conseqüentemente facilita a utilização para um controle de tráfego por região. Foram coletados dados reais da BHTrans de cinco regiões do centro da cidade de Belo Horizonte, e obtidas métricas que associam a velocidade média e o tamanho das filas de veículos para o cálculo da densidade de movimento. Testes foram feitos utilizando um simulador de tráfego e os resultados foram comparados com dados reais das vias.

Palavras-chave: Sistemas inteligentes de transporte. Controle semafórico. Energia e densidade de movimento.

*Submetido em 22/04/2020 - Aceito em 17/09/2021

¹Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional - CEFET - MG, Brasil – ramon@cefetmg.br

²COLTEC/UFMG, Brasil – fantini@ufmg.br

³Laboratório de Sistemas Inteligentes - CEFET-MG, Brasil – pema@cefetmg.br

⁴Departamento de Engenharia de Computação - CEFET-MG, Brasil – efwanner@cefetmg.br

Abstract

This work has applied the concepts of energy and density of movement to tackle intelligent traffic systems. Both concepts can be used not only as a tool to model and simulate the urban traffic network but also to improve the vehicles flux control normally found in urban regions. The most important contribution of this paper is the modeling methodology, which uses density of movement as state variable to decrease the analysis' structure complexity and to improve the use of optimal traffic control of area as a consequence. The real data basis and the simulations method of BHTrans - Belo Horizonte/MG were used to compare the new proposal to the traditional one in order to confirm the benefits of using energy and density of movement as a methodology to process intelligent urban traffic systems.

Keywords: Intelligent transportation systems. Traffic light control. Energy and density of movement.

1 INTRODUÇÃO

O planejamento adequado de um sistema de tráfego urbano é fundamental para a sustentabilidade da sociedade moderna, e tem sido um objeto de estudo frequente na literatura especializada. Entretanto, sistemas de tráfego urbano apresentam três desafios básicos para o problema de formulação de um modelo (DAGANZO, 1997):

- dificuldade de quantificação;
- as variáveis do sistema não são perfeitamente conhecidas;
- as soluções numéricas podem se tornar complicadas devido a complexidade e dimensão do modelo.

As três abordagens básicas para a análise de tráfego são (MAERIVOET; MOOR, 2005):

- Macroscópica - o engenheiro de tráfego acompanha os fluxos ininterruptos dos veículos para determinar capacidades viárias;
- Microscópica - monitora-se e acompanha-se a interação e as relações entre pares de veículos para estudo de fluxos que não são necessariamente contínuos para avaliações locais em interseções;
- Mesoscópica - estuda-se movimentos de agrupamentos de veículos para determinação de políticas semafóricas.

Enquanto essas abordagens orientam os profissionais quanto ao desenvolvimento de vias e estratégias de gestão do tráfego urbano, os conceitos apresentados a seguir se relacionam mais diretamente com o controle e intervenção sobre o tráfego, dependendo da infraestrutura preestabelecida ser microscópica, mesoscópica ou macroscópica.

O modelo usado neste trabalho baseia-se em resultados relevantes da literatura, dentre os quais destacam-se (i) (PECHERKOVA *et al.*, 2008), que apresentaram um modelo dinâmico de uma microregião usando uma descrição por espaço de estados, e fizeram a validação do modelo usando o simulador SUMO (Simulation of Urban MObility); (ii) (HOMOLOVA; NAGY, 2005) que introduziram um modelo não linear que representa o tamanho da fila, a intensidade de veículos na entrada da via e ocupação medida nos detectores; (iii) (BORG; SCERRI, 2014) que utilizaram um controle semafórico adaptativo baseado em programação dinâmica; e (iv) (BORG; SCERRI, 2015) que apresentaram uma abordagem de controle usando uma estrutura hierárquica que tratava a detecção de filas de veículos em um trecho na proximidade de um cruzamento, quando esse trecho atingia a capacidade máxima.

As soluções disponíveis na literatura para o controle de tráfego tratam basicamente dois tipos de redes: FTN (Freeway Traffic Networks) e UTN (Urban Traffic Networks). Algumas das abordagens mais utilizadas para o controle das FTN são: a) as baseadas em regras (BOGENBERGER *et al.*, 1992) e heurísticas (PAPAMICHAIL; PAPAGEOURGIOU, 2008), que

têm sua calibração fortemente dependente de regras, heurísticas, conhecimento de especialistas ou simulação; b) baseadas em modelos não-lineares (BOGENBERGER *et al.*, 1992), modelos de rampas de acesso integrados com vias de fluxo contínuo (CARLSON *et al.*, 2014) que exigem um modelo preciso e eficiente para um bom desempenho do controle do tráfego; c) as baseadas em modelos preditivos, e em especial as que utilizam o MPC (*Model Predictive Control*) no estudo de rampas de acesso em autoestradas (BELLEMANS *et al.*, 2006) e MPC com controle distribuído (MAJID *et al.*, 2014).

Para o tratamento de UTNs são usados basicamente quatro abordagens de controle baseadas em: a) regras de controle de sistemas nebulosos (LEAL *et al.*, 2013), b) controle ótimo (ABOUDOLAS *et al.*, 2009) via resolução de equações algébricas de Riccati, fortemente dependentes da atualização dos parâmetros do modelo dinâmico, c) MPC, para o tratamento de simulação de diferentes cenários de tráfego: não saturado, saturado e sobre-saturado (BERG *et al.*, 2007), MPC com uma abordagem multiagente (OLIVEIRA; CAMPONOGARA, 2010), MPC baseado em MILP (*Mixed-Integer Linear Programming*) (LIN *et al.*, 2011) e d) Diagrama Macroscópico Fundamental (*Macroscopic Fundamental Diagram*, MFD) um controlador robusto (HADDAD *et al.*, 2014) e os baseados na identificação de parâmetros de séries temporais como por exemplo, em (STATHOPOULOS; KARLAFTIS, 2003) e (DONG *et al.*, 2014) e em interseções mais complexas (WANG; RUSKIN, 2002).

Como apresentado acima, as propostas da literatura tratam, em sua maioria de soluções que atendem à classificação do tráfego quanto a uma abordagem microscópica, mesoscópica ou macroscópica. O presente trabalho apresenta uma estratégia de maximização do uso das vias de trânsito com um monitoramento do tamanho das filas, da ocupação das vias e da velocidade média dos veículos.

Da mesma forma que é feito no nível microscópico das ruas e avenidas em vários dos textos citados acima, propõe-se calcular a energia em cada via (como por exemplo em (LIEBE *et al.*, 2011)) e associá-la à contribuição das outras vias do mesmo cruzamento para permitir obter a densidade de movimento (LOPES *et al.*, 2019). Essa representação baseada na densidade de movimento diminui significativamente a estrutura do modelo, permitindo assim um controle no nível macroscópico, não necessitando de inferências ou heurísticas para a determinação do decisor para os controladores.

As soluções de controle semafórico envolvem tecnologias atuais para atuar em áreas metropolitanas com populações acima de um milhão de usuários, entre pedestres, motoristas de veículos de passeio, cargas ou público. Estas soluções precisam apresentar características como concorrência (permitir operações que possam ser tratadas simultaneamente), distribuição (capacidade de distribuir fisicamente vários atuadores integrados) e tolerância a falhas (caso algum nó apresente erro de operação deve haver alguma ação redundante que diminua o impacto na falha em uma escala global). Além disso, precisa ser extensível, permitindo a ampliação ou redução do escopo do controle sem causar impacto na estabilidade do sistema.

A motivação deste trabalho se deu devido aos quatro aspectos principais associados ao controle inteligente de sistemas dinâmicos atuais para serem utilizados no contexto de sistemas

de tráfego urbano em grandes regiões: a concorrência, a distribuição, a tolerância a falhas e a extensibilidade. Assim, o modelo proposto possui uma configuração adequada para ser usado em controle inteligente, ótimo e preditivo.

Os principais trabalhos que nortearam esta pesquisa científica foram os estudos referentes ao controle semafórico de sistemas urbanos (DAGANZO, 1997; LIN *et al.*, 2011, 2012; HADDAD *et al.*, 2013; LIN *et al.*, 2013; TETTAMANTI *et al.*, 2014; SOUZA *et al.*, 2015; HAJIAHMADI, 2015; SADRADDINI; BELTA, 2016; HAOA *et al.*, 2018a; SIRMATEL; GEROLIMINIS, 2018; WEG *et al.*, 2019). A base para a analogia com as redes de tráfego urbano com sistemas de energia é fundamentada, principalmente, nos estudos (NAKRACHI *et al.*, 2012). A representação do Diagrama Macroscópico Fundamental refere-se principalmente ao texto (LIEBE *et al.*, 2011) enquanto os fundamentos de modelos estatísticos clássicos se basearam nas publicações: (SAVITZKY; GOLAY, 1964; CLEVELAND, 1979; MORETTIN; TOLOI, 1991).

Na obtenção de modelos representativos pode-se usar um conhecimento físico dos sistemas ou se basear na medição de dados históricos. Para essa segunda abordagem as estratégias utilizadas são a decomposição, diferenciação e transformação nas variáveis. Este trabalho faz uma transformação das variáveis de Engenharia de Trânsito para uma analogia à energia de sistemas físicos, aqui chamada de densidade de movimento. Essa operação implica diretamente na redução da estrutura do modelo, permitindo um controle semafórico de uma região envolvendo vários cruzamentos.

O presente trabalho está dividido em 9 seções. A Seção 2 apresenta os conceitos teóricos e práticos da modelagem de sistemas de tráfego com destaque para a abordagem no espaço de estados. Essa abordagem possibilita a utilização dos conceitos padrão da Engenharia de Tráfego na perspectiva de Engenharia de Controle. Destaca-se inicialmente o modelo de um cruzamento de vias para, a partir dele, definir um modelo geral para uma área maior. A Seção 3 aborda o conceito da energia de tráfego, usada no modelo como parâmetro que possibilita o cálculo do sinal de controle. O outro conceito usado na abordagem proposta – densidade de movimento – é abordado no Seção 4. As Seções 5 e 6 detalham os elementos do problema como a formulação, que consiste na proposição da estrutura do modelo, na forma de representação no espaço de estados, tendo como variáveis relevantes a energia e a sua transformação em densidade de movimento, variáveis de entrada, variáveis de saída e restrições. De posse da estrutura do modelo, a Seção 7 apresenta estudos de casos: dados reais de vias de Belo Horizonte e análise de questões como validação e redução dos modelos obtidos. A Seção 8 apresenta uma síntese das reduções de modelo efetuadas e, finalmente, a Seção 9 discute os resultados e apresenta a conclusão.

2 MODELAGEM

As estratégias clássicas de modelagem de sistemas de tráfego urbano são usadas para detalhar as variáveis a serem utilizadas para o cálculo da densidade de movimento. Posteriormente, é equacionada uma função de custo para encontrar tempos de verde do plano semaforico através de uma busca usando o Algoritmo Genético (GOLDBERG, 1989).

Seguindo os trabalhos (HOMOLOVA; NAGY, 2005; PECHERKOVA *et al.*, 2008; BORG; SCERRI, 2014, 2015) acima mencionados, o modelo aqui proposto é baseado na representação de sistemas no espaço de estados. Cada cruzamento de n vias é representado por um modelo dinâmico no espaço de estados, discreto no tempo, na forma:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B(\zeta, \gamma, \mu)u(k) + E\eta(k), \\ y(k) &= Cx(k) + F\eta(k) \end{aligned} \quad (1)$$

sendo k o instante de amostragem, x o vetor de estados de dimensão $n \times 1$, u a entrada de controle, η a entrada de perturbação, μ a razão de sinal verde por ciclo em cada semáforo, A, B, C, E, F matrizes de dimensões compatíveis, representando o sistema e $y(k)$ são as saídas medidas.

Em (BORG; SCERRI, 2014), o autor apresenta a matriz $B(\cdot)$ como função dos estados. Dessa forma, o vetor de estados é formado por três estados:

$$x(k) = [\zeta_k \ \gamma_{Ik} \ \phi]^T \quad (2)$$

assim descritos: ζ_k representa o tamanho da fila: número de carros que aguardam em cada via para atravessar a interseção no começo de cada ciclo em unidades de veículos [uv], γ_{Ik} é a intensidade de entrada de veículos na via: taxa de veículos que entram em cada via por ciclo [uv/c] e ϕ representa a ocupação: porção de tempo que o detector (laço magnético colocado na entrada e saída de cada segmento de via) está ocupado por um veículo [%]. Como os controladores precisam da informação das vias, são levantados preliminarmente todos os sensores disponíveis com a ajuda do NetEdit (pacote integrado ao SUMO que faz o mapeamento real dos sensores instalados).

Considerando o vetor de estados como descrito acima e a matriz $B(\cdot)$ como função do vetor de estado, o sistema torna-se não linear. Esse tipo de modelo aumenta o número de parâmetros a serem calibrados na fase de identificação para a aproximação do comportamento do modelo para um sistema real (AGUIRRE, 2004).

O modelo geral proposto é uma combinação de n cruzamentos e, portanto, o elemento mais básico é o cruzamento entre duas vias. Considera-se um cruzamento entre duas vias, com fluxo em cada via. Para esse cruzamento, os estados estão representados conforme a equação (2) e os tempos de verde de cada semáforo correspondem às variáveis de atuação no sistema.

Para a descrição da dinâmica do tamanho da fila, ζ_k , com dependência não-linear do

fluxo, utilizamos:

$$\zeta_{k+1} = \zeta_k + \gamma_{Ik} - \gamma_{Sk}(\zeta_k, \gamma_{Ik}, \mu_k)\mu_k + w_{1k}. \quad (3)$$

A função não-linear $\gamma_{Sk}(\zeta_k, \gamma_{Ik}, \mu_k)$ é dada por:

$$\gamma_{Sk}(\zeta_k, \gamma_{Ik}, \mu_k) = S - Se^{-\frac{\zeta_k + \gamma_{Ik}}{S\mu_k}}, \quad (4)$$

em que S representa a saturação de fluxo determinada pelas limitações da interseção, μ_k a razão de sinal verde por ciclo em cada semáforo e w_{1k} um ruído Gaussiano branco com média zero.

A intensidade média é modelada como um processo markoviano com média e desvio padrão conhecidos, dada por:

$$\gamma_{Ik+1} = \gamma_{Ik} + w_{2k}. \quad (5)$$

A ocupação em cada período do ciclo é definida como um processo aleatório como relação linear entre a ocupação anterior, o tamanho anterior da fila e um dado desvio padrão:

$$\phi_{k+1} = \kappa\zeta_k + \beta\phi_k + w_3, \quad (6)$$

sendo κ e β parâmetros de cada *link* que podem ser obtidos por regressão linear baseada em valores medidos (PECHERKOVA *et al.*, 2008).

A representação no espaço de estados é dada por:

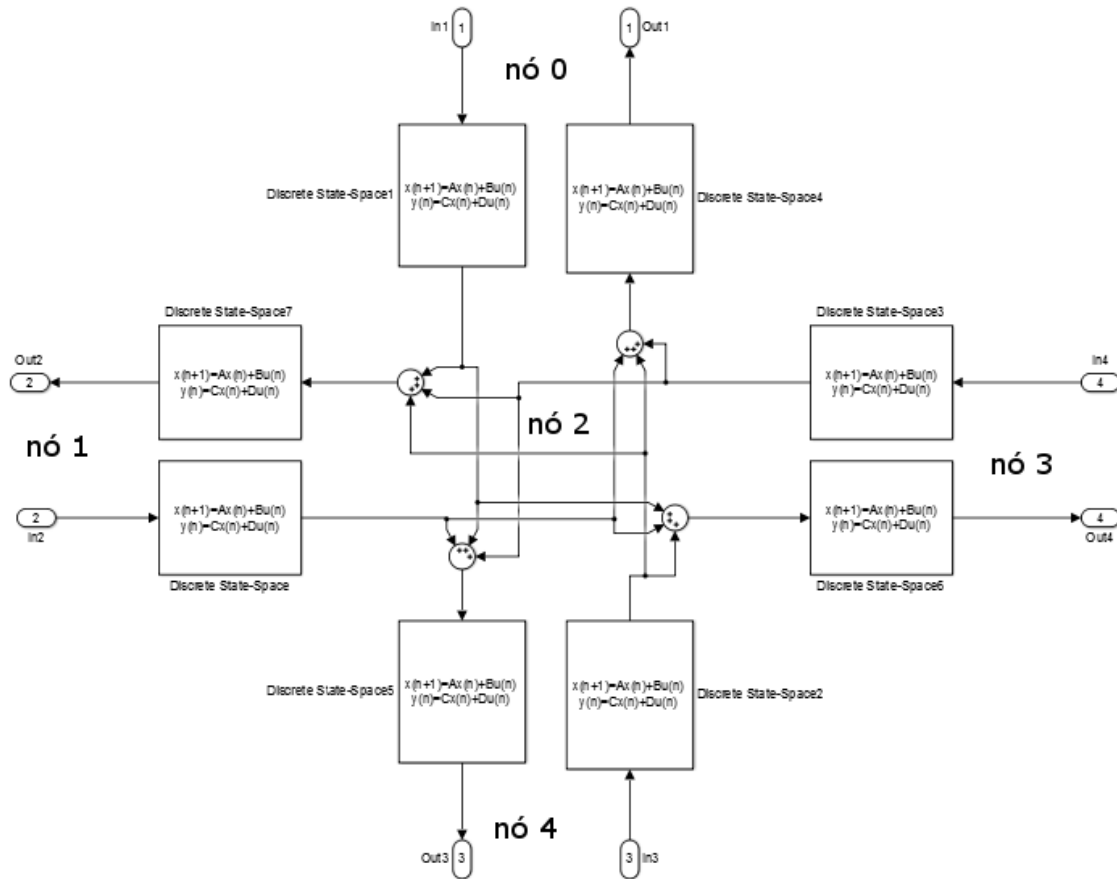
$$\begin{bmatrix} \zeta_{k+1} \\ \gamma_{Ik+1} \\ \phi_{k+1} \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \kappa & 0 & \beta \end{bmatrix}}^A \begin{bmatrix} \zeta_k \\ \gamma_{Ik} \\ \phi_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma_{Sk} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mu_k + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ w_{3k} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{Ik} \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_k \\ \gamma_{Ik} \\ \phi_k \end{bmatrix} + \nu_k, \quad (8)$$

em que ν_k representa um sinal gaussiano de média zero e as outras variáveis e parâmetros conforme definidos anteriormente.

O modelo completo para o cruzamento de duas vias é representado pelo diagrama dado na Figura 1. Considera-se um cruzamento simétrico com entradas e saídas para todas as direções, com uma representação completa dos oito movimentos de entrada e saída. Cada bloco implementa um movimento na via, e é representado por um modelo no espaço de estados. Por exemplo, a notação A_{02} significa uma matriz A que traz os dados do sistema do nó 0 para o nó 2. A descrição completa do modelo é apresentada no artigo (LOPES *et al.*, 2019).

Figura 1 – Associação de blocos no espaço de estados para representar um cruzamento

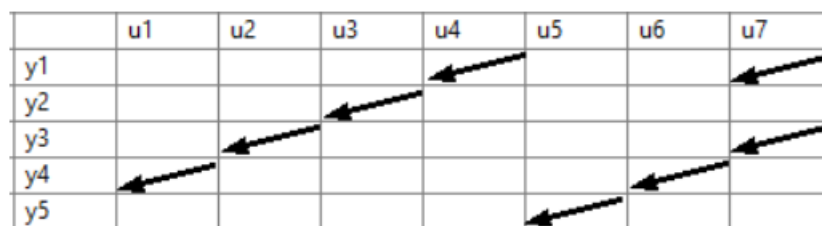


Fonte: Elaborada pelos autores (software Simulink/Matlab).

O processo para a obtenção do modelo escalável aqui proposto se baseia no conceito de energia da via, e é dividido em três etapas:

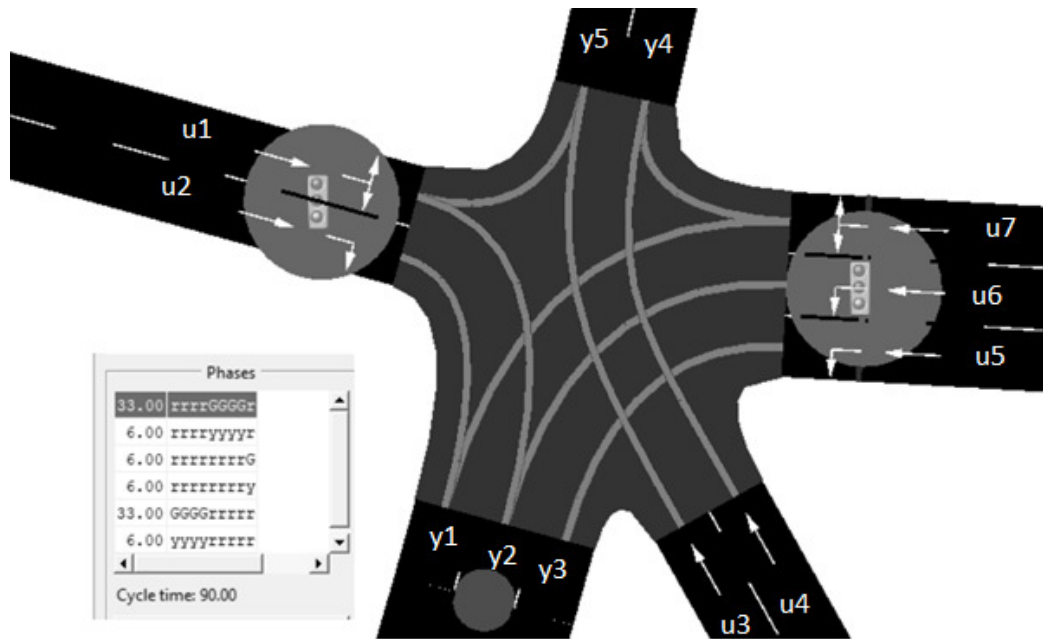
1. obtenção dos parâmetros do segmento de via para modelos de primeira ordem (ver (LOPES *et al.*, 2017));
2. acoplamento dos segmentos de cada cruzamento por espaço de estados;
3. conexão dos cruzamentos para avaliação da distribuição de densidade de movimento em uma região de tráfego.

Figura 2 – Conexões do cruzamento das ruas Itajubá, Curvelo e Pouso Alegre (BH) com sete entradas e cinco saídas



Fonte: Conexões extraídas das entradas u_i para as saídas y_i da Figura 3.

Figura 3 – Cruzamento das ruas Itajubá, Curvelo e Pouso Alegre (BH) com sete entradas e cinco saídas



Fonte: Elaborada pelos autores (software SUMO).

Considere um cruzamento de vias em Belo Horizonte contendo sete entradas e cinco saídas conforme mostrado na Figura 3. A conexão das entradas de controle com as saídas medidas no sistema de tráfego deste cruzamento, mostradas na Figura 2, permite obter uma matriz de conexão que liga os segmentos de vias de um cruzamento.

Olhando para o cruzamento da Figura 3 e definindo as ligações reais, como na Figura 2, a matriz de adjacências para esse exemplo é dada por:

$$y = M_{adjac}u, \quad (9)$$

$$M_{adjac} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Essa matriz de adjacências é usada para obter a representação por espaço de estados para qualquer cruzamento.

3 ENERGIA DO TRÁFEGO

A analogia do fluxo de veículos como fluxo em artérias para descrever a teoria de fluxo de tráfego é uma metáfora largamente utilizada na literatura (DAGANZO, 1997; HALAOUI,

2010; PEDERSEN, 2011; DAVID *et al.*, 2012). Um aprofundamento desta analogia explora as equações que descrevem a dinâmica de fluidos e leis da termodinâmica para expressar a energia medida em um sistema de tráfego (LIEBE *et al.*, 2011; NAKRACHI *et al.*, 2012).

A energia de um cruzamento pode ser entendida como uma grandeza relacionada com a intensidade de veículos nas vias e a densidade de veículos em um trecho (ou movimento) da via (análogas à energia cinética e potencial, respectivamente). Nesse contexto, ela pode ser usada como um parâmetro relevante para medir e otimizar o fluxo numa determinada direção.

A função de energia total de um cruzamento (NAKRACHI *et al.*, 2012) pode ser representada a partir de uma hamiltoniana (composição de energia cinética e potencial) (MORRISON, 1998), conforme a equação (11):

$$e_t = e_k + \epsilon(\rho) = \frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{c^2}{2\rho_c}(\rho - \rho_c)^2, \quad (11)$$

sendo e_k a densidade de energia cinética, v a velocidade, $\epsilon(\rho)$ a densidade de energia interna do fluxo de tráfego (potencial), c uma constante equivalente à velocidade do som, em média e ρ_c a densidade crítica.

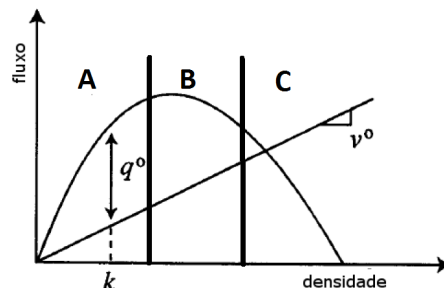
Observe que $\epsilon(\rho)$ deve se anular com o regime estacionário, conforme discutido em (DAVID *et al.*, 2012). Os valores obtidos pela energia total, dada pela equação (11), produzem um conjunto de pontos de referência em função dos valores de densidade e velocidade média de referência das vias em função da energia medida no sistema real.

Considerando o vetor de estados definido anteriormente e as equações (3) e (4), trocando ρ e v por, respectivamente, ϕ e γ na equação (11), a energia total de um cruzamento pode ser escrita em função dos estados ϕ e γ da seguinte forma:

$$e_t = e_k + \epsilon(\phi) = \frac{1}{2}\phi\gamma^2 + \frac{c^2}{2\phi_c}(\phi - \phi_c)^2, \quad (12)$$

em que ϕ_c representa a máxima ocupação da via.

Figura 4 – Diagrama macroscópico fundamental (DMF) do fluxo



Fonte: Adaptação de (DAGANZO, 1997).

As regiões definidas no diagrama macroscópico fundamental (DMF) relacionam densidade com fluxo (LIEBE *et al.*, 2011) em materiais fluidos. De modo análogo, estas regiões podem ser usadas para o estudo do fluxo de tráfego de veículos. A Figura 4 representa o DMF do fluxo de tráfego de veículos. Nessa figura, as regiões **A**, **B** e **C** correspondem, respectiva-

mente, ao fluxo sem retenção, ao fluxo congestionado e ao fluxo em saturação (SUN *et al.*, 2016). As relações entre densidade, fluxo e energia, são válidas tanto para fluidos materiais quanto para fluxo de tráfego de veículos.

4 TRANSFORMAÇÃO NAS VARIÁVEIS

Os modelos estatísticos clássicos podem ser analisados a partir de três abordagens para lidar com as séries temporais para extração de parâmetros para modelos:

- Decomposição: utiliza-se a decomposição STL (*Seasonal and Trend decomposition*) (CLEVELAND, 1979), através de um filtro LOESS (*LOcally Estimated Scatterplot Smoothing*) para remover tendência e sazonalidade;
- Diferenciação: para o tratamento de dados não-estacionários, como o modelo ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Average*);
- Transformações nas variáveis: muito utilizada na área de aprendizagem de máquinas como engenharia de atributos, aplica uma raiz quadrada ou uma tangente hiperbólica, por exemplo, na variável de entrada para melhorar a capacidade preditiva com melhor aderência do modelo.

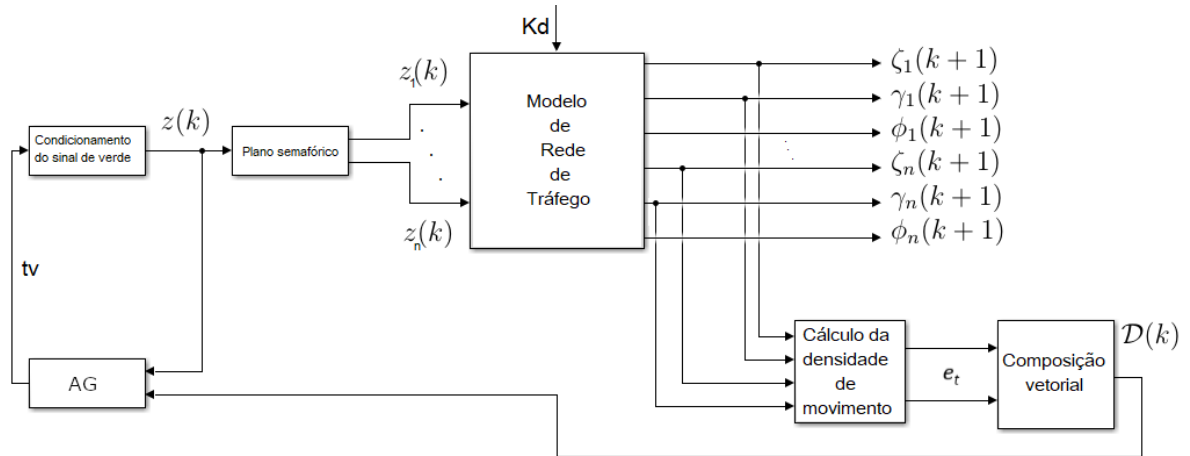
No presente trabalho, optou-se pela terceira abordagem transformando as variáveis tamanho da fila ζ e velocidade média γ (para uma medição indireta de densidade e intensidade do fluxo de veículos, respectivamente, sem perda de generalidade) para o cálculo da densidade de movimento e_t .

As medidas de energia baseadas em ocupação das vias e velocidade média dos veículos foram descritas na equação (11) com as devidas adaptações para as variáveis de Engenharia de Tráfego. Essas medidas de energia serão modeladas a partir de um experimento que tem como objeto de investigação a influência do tempo de verde dos semáforos sobre os fluxos de energia em um cruzamento

5 DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE TRÁFEGO

O *delay* D e a densidade de movimento e_t foram calculadas com as variáveis velocidade média e tamanho da fila obtidas do simulador SUMO (*Simulation of Urban MObility*). A Figura 5 mostra esquematicamente a utilização do simulador SUMO.

Figura 5 – Uso do simulador SUMO



Fonte: Elaborada pelos autores.

A variável de entrada do simulador, tv e o parâmetro K_d , são o tempo de verde a um fator de escala de demanda, respectivamente, e são usados para calcular o delay (HAOA *et al.*, 2018b):

$$Delay^m(k) = \left[\frac{\zeta^m \cdot \nu_{free}^m}{L^m} - q^m(k) \Delta t \right] \Delta t. \quad (13)$$

Temos que $q^m = \gamma(k)\kappa(t)$, ν_{free}^m é a máxima velocidade na via m (usou-se 60km/h \approx 16.6m/s), $\kappa(t)$ é a concentração (densidade) de veículos e Δt é o tempo do ciclo, nesse caso 90 segundos.

O parâmetro K_d que altera a densidade de veículos em um trecho selecionado varia de 1 a 1000 no simulador SUMO.

A densidade de movimento é calculada como:

$$e_t = e_k + \epsilon(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta\gamma^2 + \frac{c^2}{2\zeta_c}(\zeta - \zeta_c)^2, \quad (14)$$

em que ζ é a densidade de veículos [veh/km] (que será substituída pela leitura da quantidade de veículos no simulador SUMO), ϕ_c é a densidade crítica, e γ é a velocidade do tráfego [km/h]. A analogia entre o fluxo de fluidos e o comportamento do modelo de tráfego (DMF), visto em (NAKRACHI *et al.*, 2012) e (LIEBE *et al.*, 2011), está representada na Tabela 1.

Tabela 1 – Relação entre a densidade de movimento, o fluxo e a densidade de veículos

densidade	fluxo	densidade de movimento
$\zeta \leq \zeta_c$	Fluxo livre	$e_t = e_k = \frac{1}{2}\zeta\gamma^2$
$\zeta_c < \zeta \leq \zeta_{max}$	Fluxo congestionado	$\frac{1}{2}\zeta\gamma^2 + \frac{c^2}{2\zeta_c}(\zeta - \zeta_c)^2$
$\zeta = \zeta_{max}$	Fluxo congestionado e saturado	$\frac{c^2}{2\zeta_c}(\zeta - \zeta_c)^2$

Fonte: Adaptação do fluxo do tráfego em várias fases apresentado no artigo (NAKRACHI *et al.*, 2012).

6 ASSOCIAÇÃO COM VARIÁVEIS DE CONTROLE

Quatro fases distintas do plano semaforico foram usadas nas simulações. O simulador SUMO utiliza os tempos de verde da via principal no cruzamento e uma função que define o plano semaforico como entrada do sistema.

O primeiro experimento tinha como objetivo determinar os tempos de verde ótimos da via principal para o plano semaforico. Esses tempos de verde foram otimizados usando um algoritmo genético (AG) e representam as variáveis de decisão do algoritmo. A função objetivo a ser minimizada representa o custo ponderado pela minimização do *delay* e pela maximização da densidade de movimento. O problema de minimização a ser resolvido apresenta a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{tmin } FC &= \text{Delay}(\zeta, \gamma) + (T_e - e_t(\zeta, \gamma)) \\
 \text{s.a :} \quad & \quad \quad \quad tc = 90 \text{ s} \\
 & \quad \quad \quad 3 \leq tv \leq 80 \text{ s}
 \end{aligned} \tag{15}$$

sendo ζ o tamanho da fila, γ a velocidade média, T_e um parâmetro que funciona como teto da densidade de movimento para adequação da função de custo de minimização, e_t a densidade de movimento no cruzamento, tc o tempo de ciclo e tv o tempo de verde da via principal no cruzamento. O fator de escala de demanda, Kd , parâmetro do SUMO que altera a densidade de veículos em um trecho selecionado, foi fixado em 120 para o problema de tráfego congestionado não saturado.

A codificação dos indivíduos do AG varia por região. Como variáveis de decisão do AG correspondem ao tempo de verde da via principal de cada cruzamento e cada região possui uma quantidade diferente de cruzamentos, o número de cromossomos por indivíduo é variável de região para região.

Tabela 2 – Identificadores dos cruzamentos no SUMO

Cruzamento	identificador
1	'2388312355'
2	'5459976301'
3	'cluster_2388312350_35761785_36417901'
4	'cluster_2388312351_27563807_35761775'
5	'cluster_2388312352_32448885_32449062'
6	'cluster_5209322507_5209322508'

Fonte: Extraída do SUMO via linguagem *python* pelos autores.

Uma lista contendo o identificador dos cruzamentos é montada conforme a Tabela 2. Cada identificador permite obter os dados de um cruzamento específico com as características de posicionamento georeferenciado. Além destas características, um plano semaforico é definido para cada identificador. Como exemplo, para um determinado identificador, a Tabela 3 mostra as características de posicionamento georeferenciado e a Tabela 4 mostra o plano semaforico.

Tabela 3 – Dados do cruzamento - SUMO

identificador	'2388312355'
longitude	'140.31'
latitude	'353.20'
id. via 1	'8097828#4_0'
id. via 2	'8097828#4_1'
id. via 3	'8097828#4_2'
id. via 4	'91993829#0_0'

Fonte: Extraída do SUMO via linguagem *python* pelos autores.

Tabela 4 – Dados da via - SUMO. As letras 'G', 'y' e 'r' referem-se as cores verde, amarelo e vermelho, respectivamente.

identificador	'2388312355'
fase 1 do plano semafórico	'GGG', 'yyy', 'rrr'

Fonte: Extraída do SUMO via linguagem *python* pelos autores.

O Algoritmo 1 apresenta a solução implementada para a exploração e busca de tempos de verde nos cruzamentos que trazem o melhor desempenho para cada plano semafórico. Os parâmetros do AG, tais como as probabilidades de cruzamento e mutação, tamanho da população entre outras, são mostrados na Tabela 5. Os cromossomos de cada indivíduo do AG descrito no Algoritmo 1 são apresentadas na Tabela 6. Após a otimização, o algoritmo retorna o melhor indivíduo com o tempo de verde da primeira fase para cada cruzamento da região sob avaliação.

Tabela 5 – Dados do AG

probabilidade de cruzamento	0.8
probabilidade de mutação	0.1
percentual de renovação	50%
renovação por elitismo	sim
população	7 indivíduos
número de gerações	12

Fonte: Parâmetros do AG definidos pelos autores.

Algoritmo 1: testAG1.py

```

Data: Inicialização das variáveis {carga dos parâmetros das vias}
Result: Algoritmo Genético {Atualiza o tempo de verde no vetor  $u$ }
1 for geração in ngerações: {Define o tempo de verde para cada ciclo de cada
   cruzamento} do
2   Atualiza cada cruzamento {ajusta o tempo de verde};
3   Seleção {seleciona indivíduos};
4   Mutação {opera mutação nos indivíduos};
5   Cruzamento {opera cruzamento entre indivíduos};
6   while passo < tciclo {Ciclos de 90s em cada interseção}: do
7     for cruzamento=1 to ncruzamentos {leia todas as interseções} do
8       for via=1 to nvias {leia todas as vias de cada cruzamento} do
9         nL1=traci.inductionloop.getLastStepVehicleNumber("L1") {leia cada
           laço magnético};
10        if nL1>0: {Se existir algum veículo no loop} then
11          Leia velocidade e ocupação {Velocidade média};
12          Calcula densidade de movimento {Calcula  $E(\gamma, \zeta)$ };
13          Conta número de veículos {Atualiza tamanho da fila};
14        else
15          grava 0 {Senão grava zero};

```

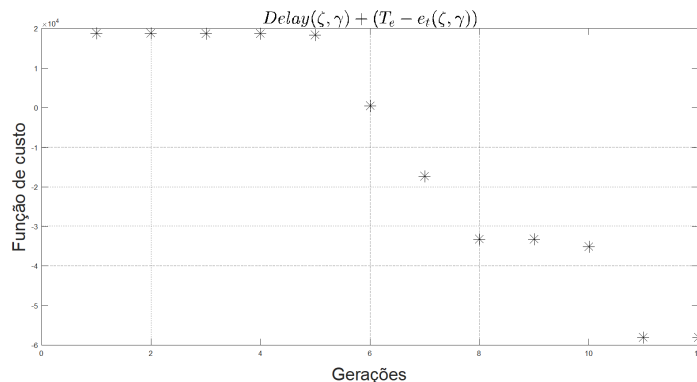
Fonte: Elaborado pelos autores.

Tabela 6 – Cromossomos de cada indivíduo do AG

tv1	tv2	tv3	tv4	tv5	tv6
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 6 – Convergência da função de custo do AG limitada a 12 gerações



Fonte: Elaborada pelos autores (software Matlab).

A Figura 6 mostra a convergência da função de custo do Problema 15 para uma execução do AG. Convém ressaltar que o algoritmo poderia convergir para valores melhores com o aumento do número de gerações. Entretanto, o tempo para processamento impediria o uso em

tempo real devido ao número de cruzamentos por região e o número de vias por cruzamento, visto que o tempo para apresentação de uma solução candidata é um ciclo semafórico de 90 segundos. Esta limitação restringe o algoritmo genético em relação ao controle semafórico fixo, em tempo real, como será mostrado nos resultados da próxima seção.

6.1 Sinais do modelo para Sistemas Inteligentes de Transporte: Proposta de redução da dimensão do modelo

Como mostrado acima, é possível utilizar uma única variável livre por cruzamento para obter o controle do tráfego numa interseção, distribuindo o plano semafórico dentro do tempo de ciclo pré-determinado. Entretanto, essa representação exige uma equação para cada via, aumentando a ordem do modelo. Para evitar isso, propõe-se uma estrutura de modelo com uma variável $\mathcal{D}(k)$ que minimiza o vetor resultante de densidade de movimento descrito a seguir:

$$\mathcal{X}(k+1) = a_1 \mathcal{X}(k) + b_1 tv(k), \quad (16)$$

$$\mathcal{D}(k) = c_1 \mathcal{X}(k) + d_1 tv(k) \quad (17)$$

em que $tv(k)$ representa o tempo de verde e $\mathcal{X}(k)$ o estado do sistema.

O diagrama de blocos desse modelo encontra-se na Figura 5. A variável tv é o tempo de verde definido pelo plano semafórico para cada via. A verificação analítica desse modelo é apresentada no artigo (LOPES *et al.*, 2019).

6.2 Estimação dos parâmetros para o modelo de Densidade de movimento para a variação da escala

Através do método de mínimos quadrados (AGUIRRE, 2004), obteve-se um modelo de segunda ordem dado por:

$$G_{e\mathcal{D}}(z) = \frac{\mathcal{D}(k)}{tv(k)} = \frac{10.53z - 8.992}{z^2 - 0.7071z - 0.2484} \approx k_p \frac{10.53z - 8.992}{z - 0.9645} \quad (18)$$

sendo $\mathcal{D}(z)$ a densidade de movimento e e a escala do simulador. Como os pólos são 0.9646 e -0.2575 foi escolhido o pólo dominante 0.9646 para ser usado no modelo aproximado de primeira ordem. Ajustando $k_p=0.8$ (através do teorema do valor final discreto) obteve-se $a_1=0.9645$, $b_1=1$, $c_1=0.9313$ e $d_1=8.424$ para os parâmetros das equações (16) e (17).

7 ESTUDOS DE CASOS

Um modelo deve possuir a complexidade estrutural necessária para reproduzir a dinâmica do sistema. Na literatura, são usadas diferentes estratégias para a definição da estrutura de modelos lineares (AGUIRRE, 2004) e não-lineares (AGUIRRE *et al.*, 2001; REGA; TROGER, 2005). Este trabalho propõe uma redução da estrutura apresentada em (BORG; SCERRI, 2015, 2014; TETTAMANTI *et al.*, 2014) fazendo uma mudança de variáveis de fluxo, densidade e ocupação em função de tempo de verde para densidade de movimento (baseada na energia relacionada à velocidade média e ao número de veículos na via) em função do tempo de verde dos cruzamentos.

Para avaliação da proposta de controle utilizando plano semafórico baseado em vetores direcionais de densidade de movimento, foram utilizadas cinco regiões do centro da cidade de Belo Horizonte para a obtenção dos modelos reduzidos a partir do uso de densidade de movimento resultante em cada cruzamento. Para cada cruzamento foram usados todos os segmentos de vias de entrada e saída para o modelo sem redução. Para os experimentos foram seguidas as seguintes etapas:

- Determinação da área a ser modelada (via *software OpenStreetView*);
- Obtenção das listas de identificadores de cruzamentos e ruas (via *software NetEdit* e implementação em linguagem de programação *python*);
- Modelagem dos cruzamentos e redução do modelo;
- Otimização dos tempos de verde nos planos semafóricos com o AG (implementação em linguagem de programação *python*);
- Comparação com os planos semafóricos com tempo fixo (via *software SUMO* e dados da BHTrans).

Considerar SUMO o simulador de tráfego urbano, *NetEdit* um módulo do SUMO, *python* a linguagem de programação usada juntamente com a biblioteca *TraCI* para comunicação com o simulador e o *OpenStreetView* o acesso à estrutura física das regiões urbanas para coleta de dados locais.

7.1 A15 - Praça Raul Soares

A Praça Raul Soares possui cinco cruzamentos com semáforos. As dimensões e respectivos números de vias de entradas e saídas estão listadas na Tabela 7 e podem ser identificadas com os planos semafóricos nas Figuras 7, 8 e 9.

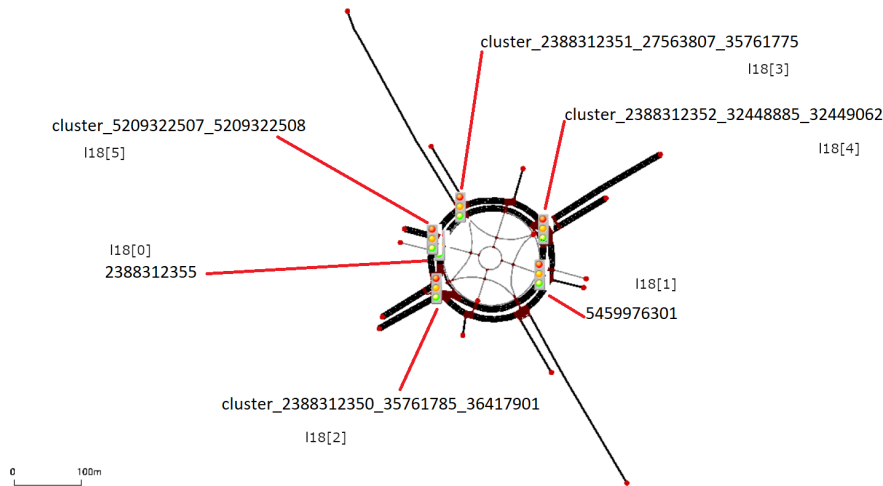
O uso da resultante de densidade de movimento neste cruzamento, no lugar do modelo clássico, reduz o modelo de 28 entradas, 41 estados e 31 saídas para 6 entradas, 6 estados e 6 saídas.

Tabela 7 – Número de entradas, saídas e estados da praça Raul Soares

	entradas	estados	saídas
C1	4	5	4
C2	9	14	9
C3	3	3	3
C4	9	13	9
C5	3	6	6
C6	3	3	3

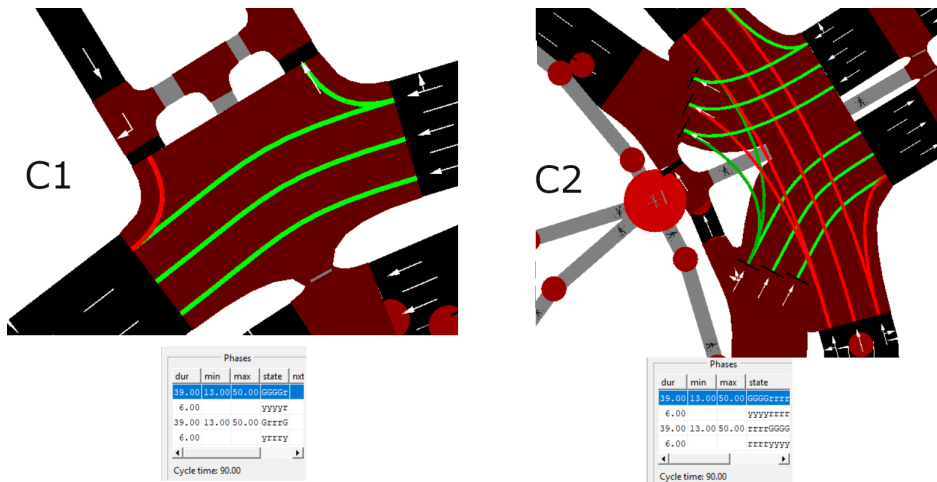
Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 7 – Praça Raul Soares - A15 (obtida com o NetEdit - SUMO)



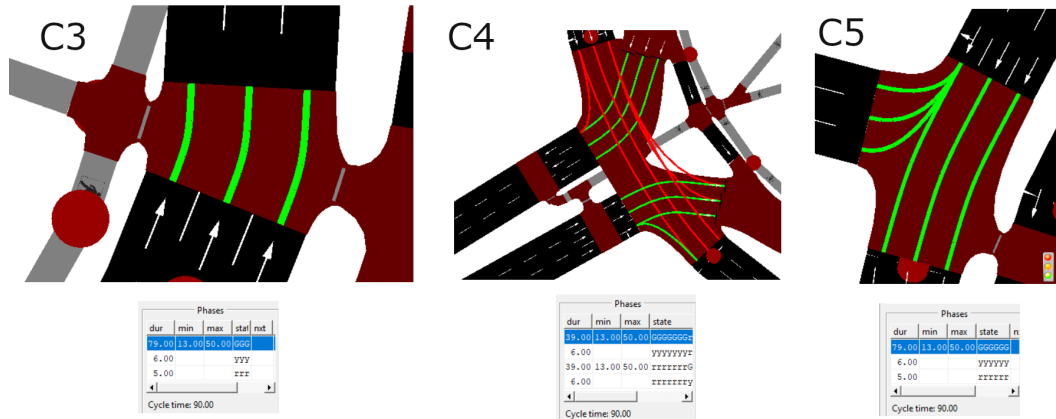
Fonte: Extraído do simulador SUMO.

Figura 8 – Cruzamentos C1 e C2 da Praça Raul Soares e fases do plano semafórico



Fonte: Extraído do simulador SUMO.

Figura 9 – Cruzamentos C3, C4 e C5 da Praça Raul Soares e fases do plano semafórico



Fonte: Extraído do simulador SUMO.

7.2 Representação dinâmica

A representação dinâmica do primeiro cruzamento da Praça Raul Soares possui quatro entradas e quatro saídas passando por cinco segmentos de vias (que se tornarão os estados). A representação matemática deste cruzamento é descrita pela equação (19), conforme modelagem proposta na Seção 2

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{24} \\ b_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{53} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{45} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Essa representação considera apenas uma variável de tráfego. Caso sejam tratadas a ocupação, o tamanho da fila e a intensidade de veículos, o número de entradas e estados seria multiplicado por três e as saídas seriam multiplicadas por dois, aumentando a complexidade do modelo na representação espaço de estados. Com a simplificação obtida com a modelagem por densidade de movimento, cada cruzamento passa a armazenar um único estado. A síntese da redução desse modelo é apresentada a seguir.

8 SÍNTESE DA REDUÇÃO DOS MODELOS

8.1 Avaliação numérica das variáveis de Engenharia de Trânsito

O resultado da implementação do modelo reduzido em cruzamentos de vias em grandes centros urbanos apresentou resultados satisfatórios para situações distintas do grau de congestionamento do tráfego obtidos através da variação de um parâmetro denominado *escala* no simulador SUMO. Esse congestionamento foi avaliado para a escala igual a 120 no simulador SUMO. A escala de 120 no SUMO representa um valor de congestionamento não-saturado e o uso do modelo reduzido resultou de valores maiores de velocidade e tamanho da fila em todas as vias, conforme a Tabela 8. A coluna F (tempo fixo) apresenta dados resultantes de tempos fixos.

Tabela 8 – Atraso (D) e densidade de movimento (E) para escala=120

Var Via\Mét	D		E	
	F	ag	F	ag
37	6,00E+04	1,00E+04	2,00E+04	2,00E+03
38	4,00E+04	1,00E+04	1,00E+04	2,00E+02
47	6,00E+04	1,00E+04	8,00E+03	5,00E+02
48	6,00E+04	1,00E+04	7,00E+03	5,00E+02
67	4,50E+04	8,00E+03	1,50E+04	5,00E+02
68	4,50E+04	8,00E+03	1,70E+04	5,00E+02

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 9 – Tamanho da fila (T), ocupação (O) e velocidade média (V) para escala=120

Var Via\Mét	T		O		V	
	F	ag	F	ag	F	ag
37	1,80E+02	2,00E+01	5,00E+02	1,00E+02	2,50E+02	5,00E+01
38	9,00E+01	1,00E+01	3,50E+02	1,00E+02	1,70E+02	3,00E+01
47	2,80E+02	1,00E+01	8,00E+02	2,00E+02	1,50E+02	5,00E+01
48	2,70E+02	1,00E+01	2,80E+02	2,00E+02	1,50E+02	4,00E+01
67	8,00E+01	2,00E+00	2,80E+02	5,00E+01	2,00E+02	4,00E+01
68	7,00E+01	2,00E+00	2,40E+02	5,00E+01	2,10E+02	4,00E+01

Fonte: Elaborada pelos autores.

A Tabela 9 mostra o tamanho da fila, a ocupação e a velocidade média obtidos para a escala de 120. O uso do algoritmo genético permitiu encontrar tempos de verde que melhoraram o fluxo de veículos. O modelo reduzido apresentou soluções ainda melhores, pois aumentou a velocidade média com o aumento da densidade de veículos medida pelo tamanho das filas.

8.2 Redução das entradas, estados e saídas

Considerando as cinco áreas do centro da cidade de Belo Horizonte, obteve-se uma redução de 157 entradas, 154 saídas e 238 estados, para uma entrada, uma saída e um estado para cada cruzamento, ou seja, 32 entradas, 32 estados e 32 saídas, como é apresentado na Tabela 10. As áreas representam regiões específicas da cidade de Belo Horizonte: A15 (Praça Raul Soares), A17 (Praça Sete), A18 (Praça da Estação), A19 (Savassi) e A20 (Bairro Floresta).

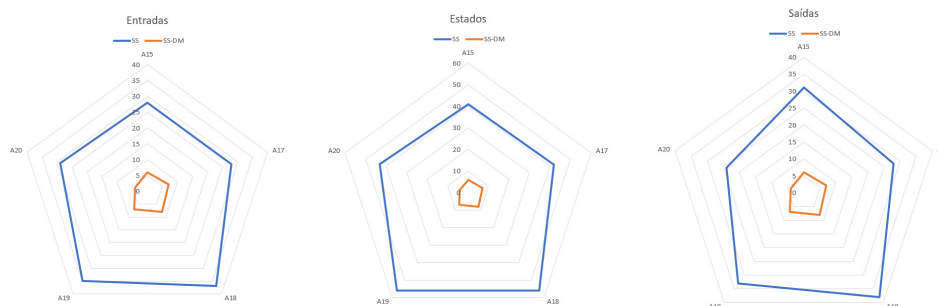
Tabela 10 – Número de entradas, saídas e estados sem/com a redução

área	entradas	estados	saídas
A15	28/6	41/6	31/6
A17	28/7	42/7	28/7
A18	37/8	56/8	38/8
A19	35/7	56/7	33/7
A20	29/4	43/4	24/4
Total	157/32	238/32	154/32

Fonte: Elaborada pelos autores.

A redução de estados observada da Tabela 10 diminuiu o custo computacional tanto da dimensão dos controladores semafóricos quanto de armazenamento de variáveis manipuladas e de processo. Para cada movimento de cada cruzamento, o controle clássico utiliza as variáveis de ocupação das vias ($\phi(k)$), o tamanho da fila ($\zeta(k)$) e o fluxo médio de veículos ($\gamma(k)$) enquanto que, neste trabalho, foi utilizada apenas uma variável por cruzamento $\vec{D}(\phi, \gamma)$ calculada diretamente da ocupação e do fluxo médio de veículos. Como o modelo não tem mais a necessidade de operar de forma centralizada, visto que cada cruzamento terá seu próprio controlador local, essa solução abre a perspectiva de ação distribuída em uma região com vários cruzamentos. Uma síntese da Tabela 10 pode ser vista na Figura 10, cujas categorias no gráfico do tipo radar representam as reduções de número de entradas, número de estados e números de saídas, respectivamente em cada uma das cinco áreas da cidade de Belo Horizonte,

Figura 10 – Apresentação da redução das entradas, estados e saídas do modelo



Fonte: Elaborada pelos autores (software Excel).

A redução dos modelos que aproximam o comportamento dinâmico de cada cruzamento (e conseqüentemente cada área) apresentado neste trabalho poderá diminuir a complexidade

dos controladores MPC utilizados em (WANG; BOYD, 2010; LIN *et al.*, 2011; MAJID *et al.*, 2014). Os controladores semafóricos ao tratarem modelos com um número menor de estados reduzem o esforço computacional para a previsão (CLYMER, 2002; FERRARA *et al.*, 2016), o que viabiliza a implementação de máquinas digitais de baixo custo que tratam localmente cada semáforo. Além disso, viabiliza uma redundância de hardware para o caso de falhas elétricas ou de comunicação. Esta abordagem distribuída também proporciona um controle por região no qual cada cruzamento tem um controle autônomo que, caso não seja influenciado por controles adjacentes, passe a operar normalmente dentro dos limites impostos pela legislação de tráfego e pelo plano semafórico pré-definido. Daí, as características necessárias para um estudo de escalabilidade são atendidas, e abrem perspectivas para a implantação de um sistema de controle de tráfego urbano que gerencie grandes áreas com programação concorrente, redundante, tolerante a falhas e extensível.

9 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este estudo apresentou resultados que mostraram como o uso da medida de densidade de movimento permite obter modelos reduzidos adequados para controle semafórico em várias regiões distintas de um centro urbano contendo vários cruzamentos.

Não foram estudadas condições de tráfego com saturação que podem ser investigadas em estudos posteriores. Este trabalho também mostrou a capacidade de conectividade entre regiões no sentido de aumentar a interatividade entre elas para atender os requisitos tão necessários para a escalabilidade do controle semafórico por regiões, a saber: (i) concorrência (permitir operações que possam ser tratadas simultaneamente), (ii) distribuição (capacidade de distribuir fisicamente vários atuadores integrados), (iii) tolerância a falhas (caso algum nó apresente erro de operação deve haver alguma ação redundante que diminua o impacto na falha em uma escala global) (iv) e extensível (deve permitir a ampliação ou redução do escopo do controle sem causar impacto na estabilidade do sistema).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CEFET-MG pela infraestrutura de pesquisa disponibilizada para a realização deste projeto e à BHTrans pelo fornecimento de dados reais das vias.

REFERÊNCIAS

ABOUDOLAS, K.; PAPAGEOURGIOU, M.; KOSMATOPOULOS, E. A rolling-horizon quadratic-programming approach to the signal control problem in large-scale congested urban road networks. **Transportation Research Part C**, v. 17, n. 2, p. 163–174, 2009.

AGUIRRE, L. **Introdução a identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2004.

AGUIRRE, L. A. *et al.* Structure-selection techniques applied to continuous-time nonlinear models. **Physica D**, n. 158, p. 1–18, 2001.

BELLEMANS, T.; SCHUTTER, B. D.; MOOR, B. D. Model predictive control for ramp metering of motorway traffic: A case study. **Control Engineering Practice**, v. 14, n. 7, p. 757–767, 2006.

BERG, M. van den *et al.* Integrated traffic control for mixed urban and freeway networks a model predictive control approach. **European Journal of Transport and Infrastructure Research**, v. 7, n. 3, p. 223–250, 2007.

BOGENBERGER, K.; VUKANOVIC, S.; KELLER, H. Access-adaptive fuzzy algorithms for traffic responsive and coordinated ramp metering. **Proceedings of the Applications of Advanced Technology in Transportation**, p. 75–79, 1992.

BORG, D. L.; SCERRI, K. Constrained dynamic control of traffic junctions. **Procedia Computer Science**, v. 32, p. 293–300, 2014.

BORG, D. L.; SCERRI, K. Efficient traffic modelling and dynamic control of an urban region. **Transportation Research Procedia**, v. 6, p. 224–238, 2015.

CARLSON, R. C.; PAPAMICHAIL, I.; PAPAGEOURGIOU, M. Integrated feedback ramp metering and mainstream traffic flow control on motorways using variable speed limits. **Transportation Research Part C**, v. 46, p. 209–221, 2014.

CLEVELAND, W. S. Robust locally weighted regression and smoothing scatterplot. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 368, p. 829–836, 1979.

CLYMER, J. R. Simulation of a vehicle traffic control network using a fuzzy classifier system. In: ANNUAL SIMULATION SYMPOSIUM, 35., 2002, São Diego. **Proceedings [...]**. São Diego: IEEE Computer Society, 2002.

DAGANZO, C. F. **Fundamentals of Transportation and Traffic Operations**. Berkeley (CA): Pergamon, 1997.

DAVID, S.; EISELE, B.; LOMAX, T. Urban mobility report. **Texas transportation institute's annual urban mobility report**, 2012.

DONG, C.; SHAO, C.; ANDRICHARDS, S. H.; HAN, L. D. Flow rate and time mean speed predictions for the urban freeway network using state space models. **Transportation Research Part C**, n. 43, p. 20–32, 2014.

FERRARA, A.; SACONE, S.; SIRI, S. Design of networked freeway traffic controllers based on event-triggered control concepts. **Int. J. Robust Nonlinear Control**, v. 26, p. 1162–1183, 2016.

- GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. MA: Adison-Wesley, Inc., 1989.
- HADDAD, H.; RAMEZANI, M.; GEROLIMINIS, N. Cooperative traffic control of a mixed network with two urban regions and a freeway. **Transportation Research Part B**, n. 54, p. 17–36, 2013.
- HADDAD, J. *et al.* Robust perimeter control design for an urban region. **Transportation Research Part B**, v. 68, n. 6, p. 315–332, 2014.
- HAJIAHMADI, M. Optimal and robust switching control strategies: Theory, and applications in traffic management. **Amirlabir University of Technology - Isfahan, Iran**, 2015.
- HALAOUI, H. F. Intelligent traffic system: Road networks with weighted time graphs. **International Journal for Infonomics**, v. 3, n. 4, 2010.
- HAOA, Z.; BOELB, R.; LI, Z. Model based urban traffic control, part ii: Coordinated model predictive controllers. **Transportation Research Part C**, n. 97, p. 23–44, 2018.
- HAOA, Z.; BOELB, R.; LIA, Z. Model based urban traffic control, part i: Local model and local model predictive controllers. **Transportation Research Part C**, n. 97, p. 61–81, 2018.
- HOMOLOVA, J.; NAGY, I. Traffic model of a microregion. In: IFAC WORLD CONGRESS, 16., 2005, Praga. **Proceedings [...]**. Amsterdã: Elsevier, 2005.
- LEAL, S. S.; TORRES, V. H. X.; ALMEIDA, P. E. M. Modelagem fuzzy para o problema de temporização semafórica em interseções de quatro tempos. **Revista ABAKOS**, v. 1, n. 1, p. 1–17, 2013.
- LIEBE, C.; KUHNE, R.; WANG, H. Traffic flow prospectives: From fundamental diagram to energy balance in 75 years of the fundamental diagram for traffic flow theory. **Transportation Research Circular**, n. E-C149, p. 63–72, June 2011.
- LIN, S. *et al.* Efficient network-wide model-based predictive control for urban traffic networks. **Transportation Research Part C**, n. 24, p. 122–140, 2012.
- LIN, S. *et al.* Integrated urban traffic control for the reduction of travel delays and emissions. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 14, n. 4, p. 1609–1619, 2013.
- LIN, S. *et al.* Fast model predictive control for urban road networks via milp. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 12, n. 3, p. 846–656, 2011.
- LOPES, R. C.; MIRANDA, M. F.; ALMEIDA, P. E. M. Ltv-mpc: Uma nova abordagem para a temporização semafórica urbana a partir de controle preditivo. In: SBAI, X. S. B. de A. I. (Ed.). **Anais [...]**. [S.l.]: Porto Alegre: SBA, 2017. p. 2295–2300.
- LOPES, R. C.; MIRANDA, M. F.; ALMEIDA, P. E. M. Um novo modelo dinâmico para o tráfego em regiões: proposta conceitual e estudo de caso com dados reais de belo horizonte. In: SBAI, X. S. B. de A. I. (Ed.). **Anais [...]**. [S.l.]: Ouro Preto: SBA, 2019. p. 2858–2865.
- MAERIVOET, S.; MOOR, B. D. Transportation planning and traffic flow models. **Physics and Society**, SISTA Technical Report 05-, p. 1–51, July 2005.
- MAJID, H. *et al.* Distributed model predictive control of freeway traffic networks: A serial partially cooperative approach. In: INTERNATIONAL IEEE CONFERENCE ON I.T., 17., 2014, Qingdao (China). **Proceedings [...]**. Qingdao: IEEE, 2014.

- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Modelos para previsão de séries temporais**. [S.l.: s.n.], 1991.
- MORRISON, P. J. Hamiltonian description of the ideal fluid. **Reviews of Modern Physics**, v. 70, n. 2, p. 467–521, April 1998.
- NAKRACHI, A.; HAYAT, S.; POPESCU, D. An energy concept for macroscopic traffic flow modelling. **Eur. Transp. Res. Rev.**, v. 70, n. 4, p. 57–66, 2012.
- OLIVEIRA, L. B.; CAMPONOGARA, E. Multi-agent model predictive control of signaling split in urban traffic networks. **Transportation Research Part C**, v. 18, n. 1, p. 120–139, 2010.
- PAPAMICHAIL, I.; PAPAGEOURGIOU, M. Traffic-responsive linked ramp-metering control. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 9, n. 1, p. 111–121, 2008.
- PECHERKOVA, P.; DUNIK, J.; FLIDR, M. Modelling and simultaneous estimation of state and parameters of traffic system. **Robotics, Automation and Control**, p. 319–336, 2008.
- PEDERSEN, N. J. **75 Years of the Fundamental Diagram for Traffic Flow Theory**. [S.l.]: Massachussets, Traffic Flow Theory and Characteristics Committee, 2011.
- REGA, G.; TROGER, H. Dimension reduction of dynamical systems: Methods, models, applications. **Nonlinear Dynamics**, n. 41, p. 1–15, 2005.
- SADRADDINI, S.; BELTA, C. A provably correct mpc approach to safety control of urban traffic networks. **American Control Conference - Boston - MA**, p. 1–16, 2016.
- SAVITZKY, A.; GOLAY, M. J. E. Smoothing and differentiation of data by simplified least square procedures. **Analytical Chemistry**, v. 38, n. 8, p. 1627–1639, 1964.
- SIRMATEL, I. I.; GEROLIMINIS, N. Economic model predictive control of large-scale urban road networks via perimeter control and regional route guidance. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 19, n. 4, p. 1112–1121, 2018.
- SOUZA, F. A. *et al.* Distributed mpc for urban traffic networks: A simulation-based performance analysis. **Optimal Control Applications and Methods**, n. 36, p. 353–368, 2015.
- STATHOPOULOS, A.; KARLAFTIS, M. G. A multivariate state space approach for urban traffic flow modeling and prediction. **Transportation Research Part C**, n. 11, p. 121–135, 2003.
- SUN, W. *et al.* Quasi-optimal feedback control for an isolated intersection under oversaturation. **Transportation Research Part C**, n. 67, p. 109–130, 2016.
- TETTAMANTI, T. *et al.* Robust control for urban road traffic networks. **IEEE Transactions on intelligent transportation systems**, v. 15, n. 1, p. 385–398, 2014.
- WANG, R.; RUSKIN, H. J. Modeling traffic flow at a single-lane urban roundabout. **Computer Physics Communications**, n. 147, p. 570–576, 2002.
- WANG, Y.; BOYD, S. Fast model predictive control using online optimization. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 18, n. 2, p. 267–278, 2010.
- WEG, G. van de *et al.* Linear mpc-based urban traffic control using the link transmission model. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 14, n. 4, p. 1–16, 2019.