



Desvelando os Níveis de Pensamento Geométrico dos Estudantes de Pedagogia do RN*

Unveiling the Levels of Geometric Thinking of RN Pedagogy Students

Rita Beatriz de Araujo Cruz¹
Etienne Lautenschlager²

Resumo

O presente estudo busca entender por que alunos da graduação apresentam déficit no desenvolvimento do pensamento abstrato em geometria, manifestando dificuldade em sistematizar o pensamento da geometria euclidiana, estudada desde os primeiros anos do ensino fundamental. Para compreender essa questão, fundamentamos nossa pesquisa na teoria que identifica os níveis de pensamento geométrico e o conhecimento específico que um professor deve possuir para ensiná-lo. A primeira abordagem apoiou-se, sobretudo, em estudos utilizando o modelo de pensamento geométrico de Van Hiele, e a segunda em estudos utilizando classificações fundamentadas pelo modelo teórico Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK). A metodologia escolhida foi um estudo de caso e se desenvolveu por meio de um teste de sondagem composto por quatro questões enfocando os níveis iniciais de pensamento geométrico de Van Hiele, envolvendo os quadriláteros. Como instrumento para a coleta de dados da pesquisa de campo, utilizamos questionários com registros escritos, aplicados aos licenciandos do 6º período do curso de pedagogia. Os dados obtidos sugerem que grande maioria dos estudantes ainda se encontra no nível zero da teoria de Van Hiele, o que demonstra uma necessidade urgente de formação inicial e continuada desses futuros professores, dando importância principalmente aos conhecimentos matemáticos específicos e especializados.

Palavras-chave: Van Hiele. Geometria. Conhecimento especializado.

*Submetido em 27/08/2023 - Aceito em 04/04/2024.

¹Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil– ritabeatriz.cruz@hotmail.com

²Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Brasil– etienne.lautenschlager@ufrn.br

Abstract

The goal of this work is to understand why undergraduate students struggle with abstract thinking in geometry. Specifically, they have difficulty systematizing Euclidian geometric thinking, which should have been studied since elementary school. To understand this problem, we rely on a theory that identifies the levels of geometric thinking and the specific knowledge that a teacher must have to teach it. We use the Van-Hiele model of geometric thinking and classifications established by theoretical model Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK). We use a case study methodology, which involves a survey composed of four questions focused on the first levels of Van Hiele's geometrical thinking involving quadrilaterals. We used questionnaires with written records and applied them to 6th semester Pedagogy undergraduate students. The data collected suggests that the majority of the students are at level zero of Van Hiele's theory. This indicates a need for basic and continued education for these future teachers, emphasizing the need for specific and specialized mathematical knowledge.

Keywords: Van Hiele. Geometry. Specialized knowledge.

1 INTRODUÇÃO

A matemática é considerada uma das disciplinas mais importantes do currículo escolar, contudo o fraco desempenho apresentado e a falta de interesse dos estudantes continuam sendo questões de preocupação em muitas escolas, faculdades e universidades do mundo. Tshabalala e Ncube (2012) afirmam que ela é a base e uma ferramenta significativa para o avanço científico, tecnológico e econômico de qualquer país.

No Brasil, o levantamento do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), realizado em 2021, mostra resultados preocupantes na rede pública: somente 5% dos estudantes do ensino médio e 36,7% dos estudantes dos anos iniciais têm rendimento satisfatório na disciplina. Associado a isso, as pesquisas acerca dos processos de ensino e aprendizagem também revelam o insucesso dos alunos na compreensão da matéria. (EBERHARDT; COUTINHO, 2011; VITORINO; BARBOSA, 2021; SOUZA, 2020).

Percebe-se a necessidade de uma melhor compreensão, por parte dos alunos, de conceitos matemáticos em tarefas que permitam a construção das definições e dos significados, por meio de procedimentos didáticos que envolvam atributos relevantes desses conceitos (TALL, 1992; LAUTENSCHLAGER; RIBEIRO, 2014, 2017).

Direcionando o olhar especificamente para a geometria, Pavanello (1993) já denunciava o abandono do ensino no Brasil. Decorridos trinta anos – mesmo com um processo de expansão e consolidação do campo de pesquisa sobre o ensino dessa parte da matemática –, os resultados das avaliações do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), do SAEB e do Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF), nas quais a geometria está presente como um dos componentes específicos da área de matemática, ainda denunciam um rendimento abaixo do esperado.

Tal cenário nos leva a pensar na prática de ensino desenvolvida pelos professores de matemática e na sua importância para que a construção do conhecimento seja realmente favorecida.

Este artigo está vinculado a um projeto mais amplo, que vem sendo desenvolvido na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN/CERES), no município de Caicó - RN, sob coordenação da Professora Dra. Etienne Lautenschlager e direcionado aos licenciandos do curso de pedagogia.

Apresentado o contexto no qual a pesquisa está inserida, estabelecemos nossa intenção de desvelar os níveis de pensamento geométrico de licenciandos do curso de pedagogia de uma universidade pública da região do Nordeste brasileiro, sob a ótica da teoria de Van Hiele (1959).

A discussão acerca do ensino da geometria e do papel do professor é parte fundamental deste artigo, desenvolvido com base nos trabalhos de Carrillo *et al.* (2013), no que se refere ao conhecimento especializado do profissional que leciona matemática.

Propusemos o desenvolvimento de uma tarefa, inspirada nos trabalhos de Costa e Santos (2016), composta por quatro questões envolvendo os quadriláteros e enfocando os níveis iniciais de pensamento geométrico de Van Hiele (1959).

Em seguida, apresentamos alguns protocolos obtidos em tarefas realizadas pelos licen-

ciandos no decorrer da disciplina ensino da matemática II e, por fim, apontamos para a urgência da formação (inicial e continuada), com foco não somente nos conhecimentos pedagógicos, mas também nos conhecimentos específicos matemáticos.

1.1 Problema Motivador

A motivação para o trabalho surgiu da evidência de que os estudantes chegam à universidade com conhecimentos de geometria desorganizados e desconectados, além de conceitualmente incorretos (NUNES, 2010; ZAMBON, 2010).

No âmbito pessoal, o trabalho nasceu da percepção de que essa defasagem na construção dos conceitos matemáticos identificada na graduação é uma consequência da má formação nos anos iniciais da educação básica; com isso, nos propusemos a estudar e a entender a disciplina, para nos tornarmos mais preparadas para repassar os conteúdos matemáticos aos alunos em sala de aula.

1.1.1 Justificativa

A história do ensino de geometria no Brasil revela períodos de abandono da disciplina na escola básica (PAVANELLO, 1993), tendo como consequência defasagens de aprendizagem em todos os níveis, tanto para esses alunos quanto para os futuros professores.

Embora os quadriláteros sejam os polígonos mais familiares, esse é um dos tópicos em que alunos e professores revelam mais dificuldade e que, portanto, requer uma discussão mais aprofundada sobre os conhecimentos específicos dos profissionais. Por outro lado, para que entendam os conteúdos que irão ensinar e superem essa defasagem, é preciso assumir como ponto de partida para as discussões, o conteúdo que os licenciandos já conhecem e como conhecem. No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) indica o trabalho com figuras geométricas planas a partir do 1º ano do ensino fundamental, com a complexidade do tema aumentando ao longo do processo de escolarização.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

No que se refere ao conhecimento especializado do professor e às discussões acerca do pensamento geométrico, este artigo foi fundamentado, respectivamente, no trabalho de Carrillo *et al.* (2013) e na pesquisa realizada pelo casal Van Hiele (1959), que constitui uma teoria do ensino e da aprendizagem de geometria.

2.1 Profissão professor: Mathematics Teachers' Specialized Knowledge/ Conhecimento Especializado de Professores de Matemática (MTSK)

Estudos realizados por Ponte (1994), Ball, Thames e Phelps (2008) e Carrillo *et al.* (2013) evidenciam um conhecimento específico do professor de matemática que inclui diversos fatores, tais como percepção de diferentes estilos de aprendizagem, necessidades e fragilidades dos estudantes; repertório de definições, interpretações e propriedades de conceitos; justificativas para procedimentos algorítmicos; aspectos da comunicação matemática; emprego de materiais e recursos para o ensino; e o reconhecimento da estrutura da escola e da comunidade na qual ela está inserida.

Espera-se que um professor, em sua atuação, reconheça a complexidade de cada conceito e tópico matemático e procure expandir seu conhecimento acerca dos vários significados, propriedades e procedimentos associados às operações trabalhadas. Além disso, a extensão desse conhecimento requer um entendimento efetivo de técnicas e métodos relacionados aos algoritmos (convencionais e não convencionais), permitindo uma conversa mais profunda, para que os alunos possam efetivamente compreender, construir e ampliar seus conhecimentos matemáticos (RIBEIRO *et al.*, 2021).

A necessidade de desenvolver a compreensão conceitual da matemática nos alunos exige que os professores tenham domínio da disciplina, no entanto, muitos iniciam suas práticas sem sequer entender os algoritmos comuns, especialmente aqueles usados na matemática do ensino fundamental. O profissional deve possuir determinados conhecimentos específicos, que lhe permitam captar o raciocínio dos alunos e, com isso, oferecer a possibilidade de construir um entendimento efetivo, que seja o ponto de partida para o desenvolvimento da real noção matemática (RIBEIRO; GIBIM; ALVES, 2021).

O Mathematics Teachers' Specialized Knowledge/ Conhecimento Especializado de Professores de Matemática (MTSK) é um modelo teórico que busca compreender o conhecimento profissional específico e especializado que um professor de matemática deve possuir para ensinar a disciplina; ele foca e descreve as bases que fundamentam a ação do professor e mostra a necessidade de a formação docente ser especializada, fundamentada e intencional.

É constituído por dois domínios – Conhecimento Matemático/ Mathematical Knowledge (MK) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo/ Pedagogical Content Knowledge (PCK) –, cada um dividido em três subdomínios norteados pelas crenças dos professores sobre a matemática (pois são elas que orientam suas ações). Cada uma dessas seis partes, representadas pelas siglas originais na língua inglesa, descreve como entender o conhecimento específico do professor e serve de apoio para a análise de pesquisa (MORIEL, 2021).

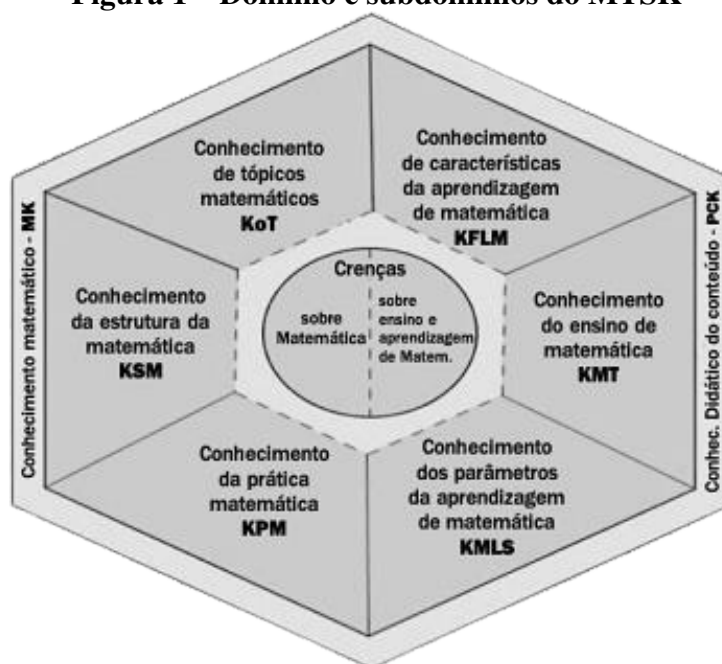
O domínio MK é composto por:

- Conhecimento de Tópicos Matemáticos (KoT) – É o foco central desta pesquisa. Engloba os conhecimentos dos conceitos matemáticos a serem ensinados, incluindo suas propriedades, definições, interpretações, fundamentos, registros de representações e aplicação, ou seja, o saber matemático; por exemplo, distinguir as figuras geométricas por suas características e propriedades.

- Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) - Considera a conexão entre os conceitos, o que permite reconhecer estruturas matemáticas e suas funcionalidades em um sistema de elementos anexos.
- Conhecimentos da Prática Matemática (KPM) - Norteia o fazer matemático; como ela é produzida e o seu raciocínio. No domínio PCK estão os três subdomínios (Figura 1), a saber:
- Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (KFLM) - Busca compreender como e quais conteúdos o aluno aprende.
- Conhecimentos do Ensino da Matemática (KMT) - Compreende as teorias de ensino, os materiais, os recursos e as maneiras de apresentar um conteúdo.
- Conhecimento dos Parâmetros da Aprendizagem de Matemática (KMLS) – Contempla quais conteúdos o aluno precisa aprender de acordo com a etapa escolar em que ele se encontra (MORIEL, 2021).

Portanto, utilizaremos o MTSK como uma ferramenta metodológica para exploração analítica desse conhecimento.

Figura 1 – Domínio e subdomínios do MTSK



Fonte: (CARRILLO *et al.*, 2013, p. 5) *apud* (MORIEL, 2021).

2.2 Ensino da geometria: a teoria de Van Hiele

Os conceitos geométricos integram parte importante do currículo de matemática no ensino fundamental porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo de pensamento que permite compreender, representar e descrever, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil,

1997, p. 39). No Brasil, durante muito tempo, a geometria quase não foi trabalhada em sala de aula. Esse fato aliado à ênfase no ensino de álgebra resultou em um processo prejudicial para os alunos, pois lhes negava a oportunidade de desenvolver plenamente processos de raciocínio indispensáveis. Tanto o pensamento visual (dominante na geometria) quanto o pensamento sequencial (dominante em álgebra) são essenciais para resolver problemas matemáticos genuínos. Trabalhar apenas com álgebra pode treinar um indivíduo a agir sem questionar as regras dadas. Por sua vez, o que se faz com a geometria pode oferecer o desenvolvimento do pensamento crítico e autônomo (PAVANELLO, 1993).

O modelo Van Hiele, criado por Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele Geldof, baseou-se nas dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário na Holanda e busca investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico que norteia as fases de aprendizagem; também sugere uma maneira de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos, mostrando meios de ajudá-los a passar de nível e servindo de guia para compreender as dificuldades do ensino, ao resolver tarefas que envolvam os referidos conceitos. Esses níveis são avançados de maneira hierárquica, sequencial e ordenada à medida que o aluno vai tendo contato com atividades que trabalhem a geometria de forma adequada, não sendo possível pular nenhum dos níveis (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 6).

2.3 Níveis de raciocínio

A teoria de Van Hiele divide o desenvolvimento do pensamento geométrico em cinco níveis (numerados de 0 a 4), do visual ao avançado, com a compreensão e a aplicação dos conceitos. (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 6).

A idade biológica não influencia o desenvolvimento do pensamento geométrico, pois os alunos avançam de nível de acordo com as atividades e conceitos trabalhados e aprendidos. O progresso está ligado às experiências de aprendizagem, portanto o conteúdo, o professor e o material didático devem estar num nível e ter uma linguagem que o aluno compreenda (COSTA; SANTOS, 2016).

Esses níveis de pensamento geométrico podem ser separados conforme descritos no Quadro 1.

Quadro 1 - Descrição dos níveis de pensamento geométrico segundo Crowley (1996)

Nível 0	Visualização ou Reconhecimento	Neste nível, os alunos reconhecem as figuras geométricas por sua aparência global. Reconhecem quadrados, triângulos, paralelogramos, entre outros, por sua forma, não conseguindo identificar suas partes ou propriedades. São capazes de reproduzir figuras dadas e aprender um vocabulário geométrico básico.
Nível 1	Análise	É onde se inicia a análise dos conceitos geométricos. Neste nível, os alunos começam a discernir as características e as propriedades das figuras, mas não conseguem ainda estabelecer relações entre essas propriedades e nem entendem ou ver inter-relações entre figuras.
Nível 2	Dedução informal	Aqui o aluno começa a estabelecer inter- relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras, deduzindo propriedades e reconhecendo classes de figuras. Agora, a definição já tem significado; todavia, o aluno ainda não entende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas nas provas formais.
Nível 3	Dedução formal	Nesse estágio, o aluno analisa e compreende o processo dedutivo e as demonstrações com o processo axiomático associado. Agora, ele já consegue construir demonstrações e desenvolvê-las de mais de uma maneira, também faz distinções entre uma afirmação e sua recíproca.
Nível 4	Rigor	Agora o aluno já é capaz de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos; analisa e compreende geometrias não euclidianas. A geometria é entendida sob um ponto de vista abstrato.

Fonte: (SANTOS, 2015) *apud* (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 7).

2.4 Propriedades da teoria de Van Hiele

Para dar sentido aos níveis de raciocínio, é importante relacioná-los a algumas características globais dos domínios da teoria de Van Hiele. Para Crowley (1996), Santos e Mazzini (2021, p. 8), “essas propriedades são particularmente significativas para educadores, pois podem orientar a tomada de decisões quanto ao ensino”. São elas:

- **Hierárquica:** o aluno deve passar por todos os níveis; nenhum método permite o acesso a um nível superior sem o domínio dos anteriores (SANTOS, 2015).
- **Avanço:** a passagem ou não de um nível para outro depende mais dos métodos e conteú-

dos de ensino do que da idade ou maturação biológica. Alguns encorajam o progresso, mas outros o retardam (SANTOS, 2015).

- **Conhecimentos intrínsecos:** o objetivo implícito em um nível torna-se aparente no próximo (SANTOS, 2015).
- **Linguística:** cada nível tem seu próprio conjunto de relações e linguagem. Consequentemente, as relações corretas para um nível podem não ser para outro (SANTOS, 2015).
- **Nivelamento:** professores e alunos devem raciocinar no mesmo nível, caso contrário o aprendizado não acontecerá. Isso significa que o professor, o material didático, o conteúdo e o léxico devem ser compatíveis com o nível do aluno (SANTOS, 2015).

2.5 Fases da Aprendizagem

E, complementando a exposição da teoria, apresentamos a proposta dos Van Hiele em relação aos passos que um professor deve seguir para ajudar seus alunos a avançarem de nível. Para isso, sugerem uma sequência de ensino com cinco estágios de aprendizagem: interrogação informada, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 9).

Tais fases (listadas a seguir) não estão relacionados a nenhum nível de raciocínio, porém cada nível começa com atividades da primeira fase e continua com as das fases subsequentes. No final da fase 5, os alunos devem atingir o nível máximo de raciocínio (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 9).

- **Interrogação informada:** professores e alunos participam de discussões e atividades sobre objetos de aprendizagem em suas respectivas etapas. Aqui, o vocabulário específico do nível é introduzido, e são feitas observações e perguntas. Esta é a fase preparatória para novas pesquisas (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 9).
- **Orientação dirigida:** as atividades são elaboradas para explorar as características do nível a que se destinam e devem ser feitas com material selecionado e preparado pelo professor (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 9).
- **Explicação:** agora, o papel do professor é apenas orientar os alunos a usarem uma linguagem precisa e suficiente. Com base na experiência anterior, eles revelam seus pensamentos e revisam seus pontos de vista sobre o trabalho e as estruturas observadas (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 9).
- **Orientação livre:** diante de tarefas mais complexas, os alunos ganham experiência buscando suas próprias soluções para resolver tarefas, o que pode ser feito de diversas formas. (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 10).

- **Integração:** nesta fase, os alunos releem e sintetizam o que aprenderam, com o objetivo de organizar uma visão geral das novas redes, formando objetos e conexões. Dessa forma, atingem um novo nível de pensamento (SANTOS; MAZZINI, 2021, p. 10).

3 METODOLOGIA

Com o objetivo de buscar o rompimento com a dicotomia entre “o que” e “como” ensinar, elaboramos uma tarefa envolvendo o conceito de quadriláteros notáveis, inspirados pela pesquisa realizada por Costa e Santos (2016) – que teve como sustentação a teoria de Van Hiele, na compreensão dos fenômenos didáticos das aulas de geometria.

A estruturação metodológica apoiou-se em uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo, e as tarefas foram realizadas individualmente. Focamos as respostas de um conjunto de quarenta alunos que frequentavam o quinto semestre da licenciatura em pedagogia da UFRN (campus Caicó).

Destacamos que o instrumento de coleta de dados utilizado envolvia um conhecimento sobre quadriláteros, que qualquer estudante que tenha concluído a educação básica deveria dominar.

A tarefa proposta apresentava quatro questões apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 - Perguntas aplicadas aos estudantes

Questão
1. Desenhe um retângulo.
2. Seu aluno desenhou uma figura que não é um retângulo. Qual figura ele desenhou?
3. Justifique porque sua figura é um retângulo.
4. Justifique porque a figura do seu aluno não pode ser considerada um retângulo.

Fonte: Adaptado de (COSTA; SANTOS, 2016).

Essas questões tiveram como objetivo reconhecer se os estudantes seriam capazes de:

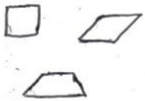
- identificar as figuras visualmente por sua aparência global;
- analisar as propriedades das figuras por meio de comparação;
- estabelecer uma ordenação lógica das propriedades das figuras por meio de curtas sequências de dedução;
- compreender as correlações entre as figuras.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Tomamos como dados os protocolos de resolução da tarefa proposta aos licenciandos do curso de pedagogia. Destacamos que nossas análises não têm o propósito de julgar se as

Figura 2 – Protocolo Estudante A

Q07) Você desenhou um retângulo na lousa. Seu aluno desenhou uma figura de quatro lados que não é um retângulo. Nos espaços abaixo, desenhe como poderia ser a sua figura e a figura de seu aluno:

SUA FIGURA	FIGURA DO SEU ALUNO
	

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3 – Protocolo Estudante B

Q01 – Você desenhou um retângulo. Seu colega desenhou uma figura de quatro lados que não é um retângulo. Nos espaços abaixo, desenhe como poderia ser a sua figura e a figura do seu colega.

SUA FIGURA	FIGURA DE SEU COLEGA
	

Fonte: Dados da pesquisa.

respostas obtidas estão certas ou erradas, mas, sim, de identificar e discutir as situações matematicamente críticas reveladas por futuros professores que, muito provavelmente, lecionarão geometria.

As respostas obtidas revelam que os licenciandos encontram-se no primeiro nível, isto é, só conseguem identificar, comparar e nomear figuras pela sua aparência global. Corroborando os dados de Costa e Santos (2016), o quadrilátero notável considerado como um não retângulo, mais indicado pelos licenciandos foi o quadrado. Esse dado nos chamou bastante atenção, pois mais da metade dos estudantes não conseguiu reconhecer um quadrado como um retângulo, demonstrando dificuldade nos conteúdos matemáticos a serem ensinados (em seus diversos aspectos) e a necessidade de uma fundamentação conceitual mais profunda.

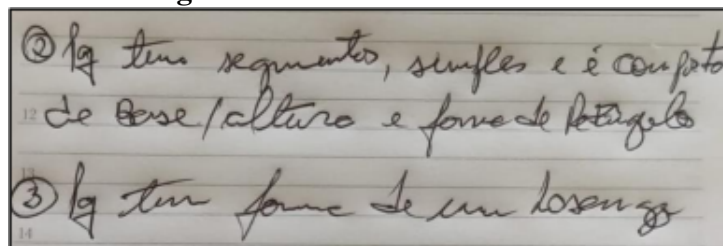
Não conseguiram construir os conceitos matemáticos, especificamente na área da geometria, referente ao subdomínio KoT, foco central da nossa pesquisa.

Figura 4 – Protocolo Estudante C

Q08) Justifique por quê:

SUA FIGURA É UM RETÂNGULO:	A DE SEU ALUNO NÃO É UM RETÂNGULO:
<i>Porque possui quatro lados e tem comprimento diferente da largura.</i>	<i>Porque possui quatro lados iguais todos com a mesma inclinação.</i>

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 5 – Protocolo Estudante D

Fonte: Dados da pesquisa.

Na segunda situação, 90% dos licenciandos não conseguiram justificar utilizando as propriedades das figuras nem compreenderam as correlações entre as figuras. Os dados obtidos revelam o pensamento geométrico do primeiro nível de Van Hiele (1959), pois mesmo depois de terem concluído a educação básica, os estudantes só conseguiram distinguir o quadrado e o retângulo a partir do aspecto global. Os resultados reforçam a necessidade de elaborar tarefas nas quais os alunos sejam levados a avançar no desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico.

É importante destacar que o retângulo é um polígono, pois cumpre, cumulativamente, os seguintes critérios:

- a) ser um paralelogramo (quadrilátero convexo que possui dois pares de lados paralelos);
- b) ter todos os ângulos internos retos (90°);
- c) ter as suas duas diagonais congruentes (com medidas iguais);
- d) ter os lados opostos congruentes (com medidas iguais).

Assim, podemos observar que um quadrado também é considerado retângulo, já que preenche todos esses requisitos, porém o inverso não é verdadeiro. Da mesma forma, convém salientar que todo quadrado é um losango, pois é um paralelogramo com todos os lados congruentes e todos os ângulos retos. No entanto, nem todo losango é um quadrado, já que nem sempre o primeiro possui ângulos retos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observamos que os licenciandos de pedagogia apresentam deficiências no reconhecimento das figuras geométricas quanto às suas propriedades e relações, concentrando o acerto das respostas na aparência das figuras, nomeando-as e diferenciando-as apenas por sua forma global. Levando em consideração as quatro questões avaliadas, os resultados obtidos nos levam a crer que alunos e professores da educação básica encontram-se em um nível baixo no que se refere ao conhecimento específico da geometria.

Todas essas questões nos levam a refletir sobre o porquê dos estudantes, ainda nos dias atuais, chegarem ao ensino superior com déficit na educação matemática. Há muito tempo autores como Pavanello (1993) vêm discutindo a decadência do ensino da geometria no Brasil e

a importância de se olhar com mais atenção para essa questão fundamental, já que a disciplina não só auxilia na ampliação do raciocínio necessário para resolver questões matemáticas, mas também oferece a oportunidade de análise de fatos e de relações, proporcionando o desenvolvimento crítico e autônomo dos alunos.

Portanto, este estudo revela muito além do nível de conhecimento que esses estudantes possuem. Mostra a necessidade urgente de se repensar a situação atual do ensino da geometria no Brasil, questionando, inclusive, as intenções governamentais em relação ao oferecimento de recursos que impliquem um ensino geométrico de qualidade.

A teoria de Van Hiele sobre ensino e aprendizagem foi uma ferramenta fundamental para esta pesquisa, pois é uma referência que traz consigo perspectivas de comunicação que podem ser desenvolvidas com os alunos e oportunidades para trabalhar com novos conceitos que aperfeiçoem a compreensão e o raciocínio. A identificação do nível de entendimento em que eles se encontram dá ao professor a possibilidade de promover estratégias de ensino intencional, usando como apoio técnicas de mediação pedagógica que levem a uma aprendizagem mais eficaz e sustentável.

Quando pensamos no conhecimento específico que os professores devem possuir para ensinar geometria, percebemos que se trata de uma questão ainda mais preocupante, pois os dados mostram que os alunos saem do ensino básico sem conhecerem os conceitos matemáticos necessários. Chegam ao ensino superior com essa falha e, muitas vezes – por uma certa resistência à matemática ou por considerá-la uma disciplina difícil –, terminam a graduação ainda sem a construção desses saberes e vão lecionar para a educação básica; o que se torna um ciclo.

Com isso em vista, as instituições de ensino superior devem procurar investir nessa questão e incentivar os alunos a participarem de disciplinas e eventos que trabalhem a construção dos conceitos matemáticos de maneira correta, para que os futuros professores cheguem à sala de aula com uma carga maior de conhecimento e, conseqüentemente, mais preparados para sanar as dúvidas dos alunos. Aos professores que já estão atuando, recomendamos que se aprofundem no assunto, buscando capacitação e treinamentos, e que repensem as suas práticas, para que possam auxiliar melhor seus alunos na construção de uma aprendizagem concreta sobre o pensamento geométrico.

É importante destacar que – com a comprovação (por meio do SAEB) do baixo índice de conhecimento, a responsabilidade de resolver esse problema também é de competência do Ministério da Educação que, junto às Secretarias de Educação Estaduais e Municipais, deveria traçar planos de formação que propiciassem aos professores a oportunidade de aprender não só o conteúdo, mas também uma didática efetiva para repassá-lo de forma concreta. Nesse contexto, os alunos sairiam da educação básica compreendendo as noções essenciais de geometria e reconhecendo a sua funcionalidade nas atividades cotidianas. Conseqüentemente, ao chegarem na graduação, não haveria a necessidade de rever tais pontos e poderiam, assim, partir para tópicos mais complexos, aprofundando-se na disciplina.

Para isso, as faculdades também devem cobrar dos municípios melhorias na oferta desses conteúdos, outra alternativa é fazer uma ponte entre os municípios e as universidades, para

facilitação de projetos, como o da professora Etienne Lautenschlager, que favorecem o trabalho com o ensino da matemática.

Também cabe aos estados, ao Distrito Federal e aos municípios revisar os documentos que constituem a Educação e reorganizar seus sistemas de ensino. O Plano Nacional de Educação (PNE) – que determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional com o objetivo de melhorar a educação brasileira, possui 20 metas que contemplam as mais diferentes áreas da educação (incluindo algumas focando o ensino da leitura, com o objetivo de erradicar o analfabetismo), mas nenhuma é voltada para melhorias do ensino da matemática. Seria ela menos importante que o português?

Sabemos que a busca pela igualdade e pela qualidade da educação num país desigual como o Brasil é uma tarefa que exige uma política pública com ampla articulação entre as Unidades Federativas. Traçar metas que contemplem o ensino efetivo da matemática (em particular o da geometria) seria uma forma de chamar atenção para a importância e a necessidade da aprendizagem dessa matéria.

REFERÊNCIAS

- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. C. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, Nov./Dec. 2008. Acesso em: 13 ago. 2023. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/255647628_Content_Knowledge_for_Teaching_What_Makes_It_Special>.
- Brasil. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: [s.n.], 1997.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: [s.n.], 2018.
- CARRILLO, J. *et al.* Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION (CERME 8), 8., 2013, Antalya. **Proceedings[...]**. Antalya: Middle East Technical University, 2013.
- COSTA, A. P.; SANTOS, M. C. dos. O pensamento geométrico de professores de matemática do ensino básico: um estudo sobre os quadriláteros notáveis. **Revista Educação Online**, Rio de Janeiro, v. 22, p. 108–126, maio/ago. 2016. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<http://educacaoonline.edu.puc-rio.br/index.php/eduonline/article/view/253/pdf>>.
- CROWLEY, M. L. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1996.
- EBERHARDT, I. F. N.; COUTINHO, C. V. S. Dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais: diagnóstico e intervenções. **Vivências: Revista Eletrônica de Extensão da URI**, v. 7, n. 13, p. 62–70, 2011.
- KINCHECKI, G. F.; ALVES, R.; FERNANDES, T. R. T. Tipos de metodologias adotadas nas dissertações do Programa de Pós-graduação em Administração universitária da Universidade Federal de Santa Catarina, no período de 2012 a 2014: *In: COLÓQUIO INTERNACIONAL DE GESTÃO UNIVERSITÁRIA - CIGU*, 15., 2015, Mar del Plata. **Anais [...]**. Mar del Plata: Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Acesso em: 6 nov. 2022. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/136196>>.
- LAUTENSCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J. Reflexões acerca do impacto do conhecimento matemático dos professores no ensino: a álgebra da educação básica. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, n. 3, p. 1–26, 2014. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://jieem.pgsskroton.com.br/article/view/69>>.
- LAUTENSCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J. Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 19, n. 2, p. 237–263, 2017. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31453/pdf>>.
- MATOS, J.; SILVA, M. C. L. da. O movimento da matemática moderna e diferentes propostas curriculares para o ensino de geometria no Brasil e em Portugal. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 171–196, 2011. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/2912/291222086008.pdf>>.
- MORELATTI, M. R. M.; SOUZA, L. H. G. de. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do ensino fundamental e as novas tecnologias. **Educar**, Curitiba, n. 28, p. 263–275, 2006. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/er/a/MW9TBHG8k6BSXKSTcLC5F5d/?format=pdf&lang=pt>>.
- MORIEL, J. G. J. Rede de conhecimentos especializados ativados em formação docente para responder a um porquê matemático sobre divisão de frações. **Acta Sci.**, Canoas, v. 1, n. 23, p. 193–224, mar./abr. 2021. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível

em: <https://www.researchgate.net/publication/351587458\Rede_de_Conhecimentos_Especializados_Ativados_em_Formacao_Docente_para_Responder_a_um_Porque_Matematico_sobre_Divisao_de_Fracoas_Specialized_Knowledge_Network_Activated_in_Teacher_Education_to_Answer_>.

NUNES, C. B. **O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas**: Perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 2010. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102122/nunes_cb_dr_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do ensino médio. **Rev. Princ.**, João Pessoa, n. 38, p. 105–119, 2018. Acesso em: 9 out. 2020. Disponível em: <<https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/download/1612/806>>.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetike**, Campinas, v. 1, n. 1, 1993. Acesso em: 4 jul. 2023. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822>>.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Educação e Matemática**, n. 31, 1994. Acesso em: 13 ago. 2023. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10451/4474>>.

RIBEIRO, M.; GIBIM, G.; ALVES, C. A necessária mudança de foco na formação de professores de e que ensinam matemática: Discussão de tarefas para a formação e o desenvolvimento do conhecimento interpretativo. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 14, n. 34, p. 1–24, 2021. Acesso em: 13 ago. 2023. Disponível em: <<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12686/8954>>.

RIBEIRO, M. *et al.* Conhecimento interpretativo de futuros professores da educação infantil e dos anos iniciais no âmbito da subtração – potencialidades para melhorar a formação. **Roteiro**, v. 46, 2021. Acesso em: 4 jul. 2023. Disponível em: <<https://periodicos.unoesc.edu.br/roteiro/article/view/23792>>.

RODRIGUEZ, B. D. A.; MENEGHETTI, C. M. S.; POFFAL, C. A. Estudo do perfil dos alunos do curso de matemática aplicada–bacharelado: entendendo as razões para o baixo rendimento dos acadêmicos. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 37, n. 1, p. 151–162, jan./abr. 2015. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/4675/467546185016.pdf>>.

SANTOS, J. M. S. R. **A Teoria de Van Hiele no Estudo de Áreas de Polígonos e Poliedros**. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Centro de Ciências e Tecnologia Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2015. Acesso em: 26 maio 2023. Disponível em: <<https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/24072015Juliana-Maria-Souza-Rangel-dos-Santos.pdf>>.

SANTOS, M. E. K. L.; MAZZINI, T. F. S. Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do ensino fundamental. **Revista de Casos e Consultoria**, Natal, v. 12, n. 1, p. 1–19, 2021. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://periodicos.ufrn.br/casoseconsultoria/article/view/27013/15089>>.

SOUZA, J. L. J. **Dificuldades e desafios do ensino da matemática na pandemia**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Universidade Federal da Paraíba, Mari, 2020. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/19246/1/JLSJ30012021.pdf>>.

TALL. Students' difficulties in calculus. In: **ICME-7**. Québec: [s.n.], 1992. p. 13–28. Acesso em: 14 ago. 2023. Disponível em: <<https://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1993k-calculus-wg3-icme.pdf>>.

TSHABALALA, T.; NCUBE, A. C. Causas do baixo desempenho de alunos de nível regular em matemática em escolas secundárias rurais no distrito de nkayi: atribuições do aluno. **Med. Biol. Sci.**, Canadá, Jun. 2012.

VAN HIELE, P. M. **El problema de la comprensión**: en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. 1957. Tese (Doutorado em Matemática e Ciências Naturais) — Universidade Real de Utrecht, Utrecht, 1957. Acesso em: 14 ago. 2023. Disponível em: <<https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf>>.

VAN HIELE, P. M. The child's thought and geometry. **English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele**, Brooklyn College, School of Education Brooklyn, NY, p. 243–252, 1959.

VITORINO, A. C.; BARBOSA, E. M. N. Dificuldade no ensino e aprendizagem da matemática. **Scientia Generalis**, v. 2, p. 134–134, 2021. Supl. 1. Trabalho apresentado no IV Fórum de Iniciação Científica da Faculdade Patos de Minas, 2021, [Patos de Minas, MG]. Disponível em: <<https://scientiageneralis.com.br/index.php/SG/article/download/340/267/940>>.

ZAMBON, A. E. C. **A geometria em cursos de pedagogia da região de Presidente Prudente-SP**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2010. Acesso em: 12 ago. 2023. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/6d0201d2-a021-4531-bfb6-111506be6a33/content>>.