

Precificação de opções em conjunto a procedimentos alternativos para obtenção de volatilidades

Luiz Alberto Bertucci*

RESUMO

Avaliamos procedimentos numéricos para extração de volatilidades de retornos de Telebrás PN na Bovespa, as quais possam ser utilizadas na precificação de opções de compra no contexto do modelo Black-Scholes. De forma comparativa, o estudo demonstrou a superioridade dos procedimentos numéricos de volatilidades implícitas em relação aos procedimentos de volatilidades históricas, resultado este que decorreu tanto da sensibilidade da variância de retornos de Telebrás PN relativamente aos preços das opções lançadas sobre o papel, como do efeito denominado “volatility smile”. A conclusão final do estudo é de que a questão da precificação de opções no mercado da Bovespa parece razoavelmente equacionada com o uso do modelo Black-Scholes em conjunto com variâncias projetadas por meio de procedimentos numéricos de volatilidades implícitas

Palavras-chave: Opção de compra; Volatilidade histórica e implícita; Modelo Black-Scholes.

A instabilidade do mercado de capitais no Brasil expressa-se pelas variações constantes e inesperadas dos preços e retornos de ativos negociados no âmbito da Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa). Naturalmente, esse fato complica eventuais cálculos de projeções de preços de opções de compra que sejam feitos através

do modelo consagrado para tais fins de precificação, qual seja, o formulado por Black e Scholes (1972). Esse modelo tem como premissa crítica a constância da variância de retornos dos ativos subjacentes sobre os quais são lançados contratos de opções de compra, pelos quais o agente comprador adquire o direito de comprar o ativo, dentro de um espaço

* Professor do Mestrado Profissional em Administração e do Departamento de Administração do ICEG – Instituto de Ciências Econômicas e Gerenciais da PUC Minas.

de tempo, a um preço predeterminado. Dessa forma, ao mesmo tempo em que este modelo incorpora a característica de instabilidade dos preços no mercado acionário, ele assume que tal variabilidade comporta-se dentro de limites determinados, sem variações extremas de um momento para outro.

A importância de se mensurar tal instabilidade de retornos de ativos no contexto do modelo Black-Scholes (B-S) é explicitada por Andersen (1996) nos seguintes termos:

A variância sobre retornos é usada rotineiramente como uma medida simples de risco, a qual é incorporada diretamente em fórmulas para precificação de produtos derivativos, como a formulada por Black-Scholes. (p. 169)

No entanto, Merton (1980) adverte:

... como a variância dos retornos no mercado muda significativamente ao longo do tempo, os estimadores levantados de séries temporais sobre retornos passados devem ser ajustados para a heterocedasticidade... estimadores que se baseiam na premissa de variância constante, embora consistentes, podem produzir estimativas substancialmente diferentes das produzidas por estimadores de mínimos quadrados ponderados ainda que as séries temporais se estendam por cinquenta anos. (p. 354)

Enfim, embora tal variabilidade de retornos de ativos subjacentes a contratos de opções, seja correntemente levantada para a operacionalização do modelo B-S, os movimentos imprevisíveis de preços e de retornos ao longo do tempo representa uma limitação ao uso do mesmo.

Outro detalhe importante a ser considerado no campo da precificação de op-

ções relaciona-se ao efeito denominado *volatility smile*, que se expressa por uma relação inversa entre preços de exercício de séries de opções lançadas sobre um ativo (por exemplo, sobre Telebrás PN) e níveis de instabilidade dos retornos desse ativo, conforme mensurados pelo próprio modelo B-S. Assim é que quanto menor o preço de exercício no contrato de opção, tanto maior será a volatilidade (ou variância) dos retornos deste ativo, medida pelo modelo B-S. Tem-se aqui uma óbvia situação conflitante, pois, embora o modelo adote a premissa de uma volatilidade única para cada ativo em cada momento no tempo, constata-se que o mercado revela tantos níveis de volatilidade para este ativo quantas forem as séries lançadas sobre o mesmo.

Uma conclusão natural que se pode inferir dos parágrafos anteriores diz respeito à necessidade de extração de volatilidades, que podem então ser inseridas no modelo B-S para precificar opções. Uma primeira possibilidade, bastante atraente nessa direção, é dada pelos procedimentos numéricos de volatilidades implícitas, conforme propostos por Latané e Rendleman (1976) e Chiras e Manaster (1978). O raciocínio empregado por esses autores é que, admitindo-se o uso generalizado por parte dos investidores do modelo B-S para precificar opções, e constituindo-se a variância de retornos do ativo subjacente numa variável do modelo que guarda uma relação direta com o preço da opção, a simples inversão das fórmulas do modelo permitiria levantar o desvio padrão empregado em determinado momento do tempo para se chegar a um preço específico.

Após o levantamento, esse desvio padrão seria inserido novamente no citado modelo, para determinar o preço da mesma opção em outro momento do tempo. Uma segunda alternativa é representada pelos procedimentos de volatilidades históricas, as quais levantam a volatilidade média observada no passado recente e a assume como a volatilidade futura a ser também empregada no modelo B-S para precificar opções.

A próxima seção relata a metodologia empregada neste estudo, dentro da qual apontamos aspectos importantes tanto do modelo B-S como dos procedimentos de volatilidade implícita e histórica. Da mesma forma, detalhamos a base de dados composta dos retornos da ação preferencial de Telebrás PN e dos preços de opções de compra lançados sobre esse papel na Bovespa. Os resultados de nossa investigação empírica são apresentados na seção 3, ao passo que a seção final é composta das conclusões do estudo.

METODOLOGIA

Os preços observados no período de janeiro de 1997 a julho de 1998, tanto para a ação preferencial nominativa Telebrás S/A no mercado à vista, como para os preços de doze séries de opções lançadas sobre esse papel na Bovespa constituíram a base de dados deste estudo. É importante frisar que a escolha dessas séries é explicada pelas elevadas participações que este papel deteve nos segmentos à vista e de opções da Bovespa, sendo que, no período amostral levantado, tal participação esteve sempre acima

de 80% no mercado de opções e de 40% no mercado à vista. Um ponto de interesse acerca da base de dados é que a data final para a coleta de dados de retornos da ação e de preços das opções coincide com o encerramento das atividades de Telebrás S/A enquanto empresa pública de capital misto.

A utilização, neste estudo, do modelo B-S para precificação de opções possibilita avaliar procedimentos de volatilidades implícita e histórica para estimação de variâncias de retornos de ativos subjacentes a contratos de opções, dado que essas devem ser previamente estimadas antes de sua inserção no modelo. Quanto a aspectos críticos do modelo B-S, são relatados apenas os elementos necessários para esta pesquisa, pois o conhecimento acerca do assunto encontra-se satisfatoriamente consolidado em manuais como o de Hull (1997). Entretanto, adiantamos desde já que um aspecto crítico do modelo refere-se ao fato de que os retornos de ativos obedecem a movimentos denominados brownianos, nos quais a variância é admitida como constante. Naturalmente, tais movimentos dos retornos de ativos subjacentes a contratos de opções ao longo do tempo não revelam padrões discerníveis de comportamento e, portanto, a premissa de variância constante é apenas uma simplificação inserida no modelo B-S. Esta é, portanto, uma justificativa para que analistas acadêmicos e agentes de mercado mudem constantemente o parâmetro da volatilidade (variância de retornos) para incorporar inovações mais recentes ocorridas sobre o ativo.

Com respeito ao tratamento da vari-

ância de retornos de ativos subjacentes no contexto do modelo B-S, os analistas procedem ao emprego de procedimentos numéricos, como o de volatilidades implícitas, que são resultado da inversão das fórmulas abaixo do modelo, com vista à determinação da variável σ (desvio padrão dos retornos do ativo subjacente), que teria sido empregada em um momento qualquer para definição de um preço específico no mercado. O valor para σ é então entendido como a volatilidade implícita àquele preço e reinserido no modelo para determinar o preço da opção em momento posterior. Tal procedimento pode ser melhor entendido a partir da exposição das fórmulas do modelo B-S para precificação de opções de compra sem pagamento de dividendos, as quais, ademais, não admitem exercícios antecipados.

$$C = S \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-r(T-t)} \cdot N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r + 0,5 \cdot \sigma^2) \cdot (T - t)}{\sigma \cdot \sqrt{T - t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T - t}$$

sendo: S, o preço do ativo subjacente a uma série de opções; K, o preço de exercício da opção; r, a taxa de juros livre de risco; (T-t), o tempo ainda a decorrer, do momento da precificação até o vencimento da opção; e σ , a medida de volatilidade (desvio padrão dos retornos do ativo subjacente).

Ainda pode-se definir o coeficiente Vega a partir destas fórmulas, o qual expressa a relação entre σ e o preço da opção (C):

$$\text{Vega} = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = \frac{S \cdot \sqrt{T - t} \cdot N'(d_1)}{\text{Cmrk}_i}$$

$$\text{onde } N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

Uma alternativa usada correntemente para projeção de variâncias de retornos de ativos subjacentes a contratos de opções é dada pelo procedimento denominado de volatilidade histórica, calculada como sendo o desvio padrão de dados históricos recentes de retornos de ativos, para os quais incorpora-se a premissa de uma distribuição log-normal. Assim, o retorno relativo a um período t qualquer é dado pelo logaritmo natural da relação entre preços nos períodos t e t - 1 ou seja:

$$y_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

onde eventuais dividendos são incluídos nos preços.

Por fim, obtidos os valores de retornos y_t (t = 1, 2, ..., n), a volatilidade histórica diária é calculada simplesmente com a fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

onde T é o número de observações (admitido neste trabalho como sendo de 30 dias), e $\bar{y}$, o retorno médio no período. Já a expressão dessa medida em termos anuais, como é requerido pela fórmula B-S, resulta do cálculo de $\sigma \cdot \sqrt{\tau}$ (onde τ representa o número de dias úteis no espaço de um ano).

Por fim, a medida abaixo de desvio absoluto médio (DAM) é empregada com vista a conferir capacidades preditivas de volatilidades de retornos de Te-

lebrás PN por meio de procedimentos numéricos de volatilidades implícitas e de volatilidades históricas, no contexto de precificações de opções com o uso do modelo B-S.

$$DAM = T^{-1} \cdot \sum_{i=1}^T \text{abs} \left[\left(\frac{Cmrk_i - BS_i}{Cmrk_i} \right) \times 100 \right]$$

sendo DAM o desvio absoluto médio, resultante dos desvios percentuais absolutos entre os valores de opções precificadas pelo modelo B-S (BS_i) e os preços de fechamento diários observados das séries de opções ($Cmrk_i$). Por sua vez, T responde pelo número de observações (ou dias de negociação de cada série) levantadas para cada série, as quais se situaram em torno de quarenta dias para a maioria das doze séries analisadas.

ANÁLISE DE RESULTADOS

A Tab. 1 resume os desempenhos que seriam alcançados em termos de desvi-

os absolutos médios na previsão de preços de opções por meio do modelo Black-Scholes, a par dos níveis de variâncias do ativo subjacente projetados pelos procedimentos numéricos de volatilidades implícitas e históricas.

Os resultados revelados nessa tabela atestam claramente a maior qualificação dos primeiros face às volatilidades históricas, o que é realçado pelo fato de que apenas para a série TELBF3 não se constatou diferença estatística em nível de significância inferior a 5%. No entanto, o aspecto fundamental evidenciado pelos resultados da Tab. 1 é que a maior ou menor precisão das projeções relaciona-se de maneira definitiva com o “estado” da opção, ou seja, se a mesma foi negociada “dentro ou fora do dinheiro”. Não por outra razão, as projeções mais acuradas foram aquelas levantadas para as séries TELBJ5 e TELBF3, as quais foram negociadas exclusivamente “dentro do dinheiro”. De forma similar, os bons desempenhos preditivos para as séries

Tabela 1
Performances dos procedimentos na precificação de opções –
Desvio absoluto médio (%)

Série	Período de negociação	Volatilidade implícita	Volatilidade Histórica
TELBH1	jun. / ago. – 97	9,65	15,40
TELBH3	jun. / ago. – 97	11,73	74,96
TELB36	ago. / out. – 97	13,39	120,74
TELB35	ago. / out. – 97	4,52	7,16
TELBL50	out. / dez. – 97	11,92	15,64
TELBB34	dez. 97 – fev. 98	19,15	61,22
TELBD46	fev. / abr. – 98	4,64	21,24
TELBD53	fev. / abr. – 98	7,29	34,53
TELB33	abr. / jun. – 98	4,90	6,96
TELB389	abr. / jun. – 98	6,69	19,46
TELBH6	jun. / jul. – 98	5,76	88,93
TELBH13	jun. / jul. – 98	3,43	32,22

TELBH1, TELBL50 e TELBF89 devem-se exatamente ao fato de terem sido negociadas a preços de mercado superiores aos respectivos preços de exercício durante a maior parte dos respectivos períodos de negociação. Coerentemente com tal conclusão, constatamos que a imprecisão para as séries TELBH3, TELBJ36, TELBB34 e TELBH6 coincidiu com o fato de que, de forma exclusiva, as negociações processaram-se “fora do dinheiro”.

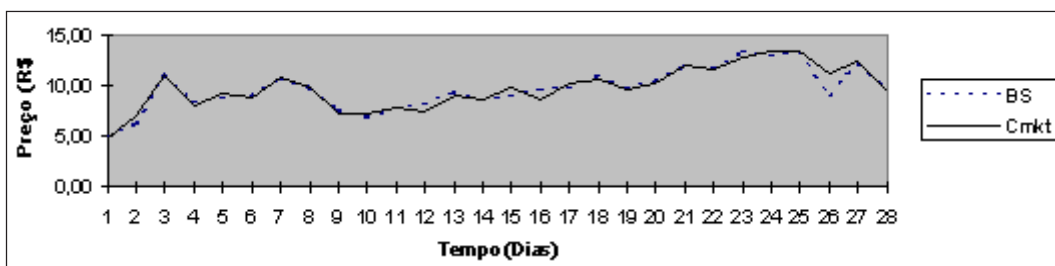
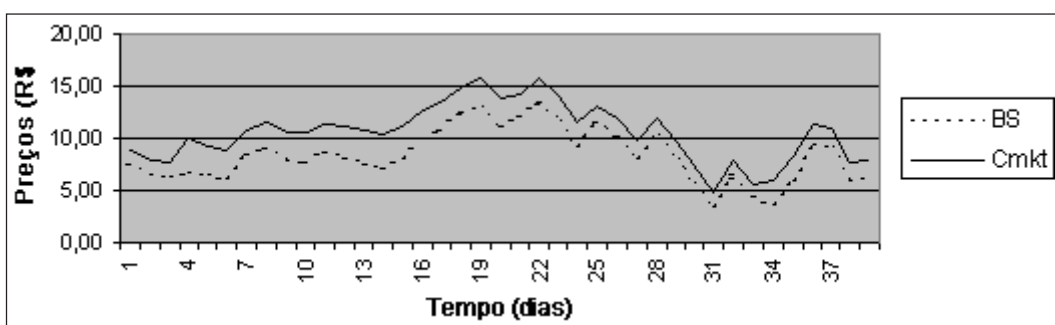
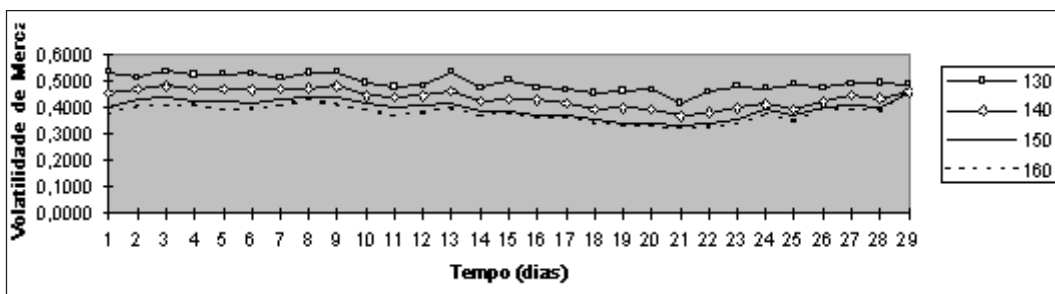
Essa situação é ilustrada pelo Graf. 1, que descreve os preços de fechamento diário observados (Cmkt) para a série TELBH13, bem como os preços projetados pelo modelo B-S, com a particularidade de que esses últimos foram operados com desvios padrões obtidos dos procedimentos numéricos de volatilidades implícitas. É importante reafirmar que essa série foi negociada “dentro do dinheiro” ao longo de todos os dias de negociações e que seu desvio absoluto médio foi de 3,43%, valor este que evidencia uma alta capacidade preditiva.

Outras evidências de que as situações definidas como “dentro e fora do dinheiro” constituíram-se como determinantes críticas para a maior ou menor efetividade dos procedimentos numéricos de volatilidades históricas para projeção de variâncias de retornos de Telebrás PN, a serem utilizados no modelo Black-Scholes para precificação de opções, foram dadas ainda pelas séries TELBF3 e TELBH13, que também foram negociadas exclusivamente a preços superiores aos respectivos preços de exercícios. Confirmando a relação acima, o desempenho preditivo para as séries TELBJ36 e TELBB34 se explica justamente pelo fato de

que as negociações sobre as mesmas foram operadas exclusivamente “fora do dinheiro”, ou seja, com os preços de exercício respectivos sempre superiores aos preços operados no mercado à vista.

As situações assinaladas no parágrafo anterior podem ser melhor ilustradas através do Graf. 2, que apresenta os preços no mercado de opções da série TELBD46 em conjunto com os preços projetados pelo modelo B-S para a mesma. Uma característica bastante atraente dessa série para nossa análise é que as negociações processaram-se “fora do dinheiro” (preços à vista de Telebrás PN inferiores ao preço de exercício da série), na primeira metade do período de negociações, e “dentro do dinheiro”, na segunda metade do período. Além disso, o período de negociações dessa série foi caracterizado por elevada instabilidade de retornos de Telebrás PN, o que parece ter motivado o decepcionante desvio médio absoluto de 21,24% para o caso de utilização dos procedimentos de volatilidades históricas, conforme ilustrado no Graf. 2. No entanto, enfatizamos que o resultado para os procedimentos de volatilidades implícitas foi ainda excepcional, a par do desvio médio absoluto de apenas 4,64%, apesar da influência negativa sobre a capacidade preditiva do modelo B-S exercida pelas operações “fora do dinheiro” nos dias iniciais de negociações.

O aspecto fundamental evidenciado da análise acima é que a maior capacidade preditiva do modelo B-S depende de que as negociações no mercado de opções de uma série qualquer sejam processadas em conjunto com preços no mercado à vista do ativo subjacente su-

Gráfico 1**Série TELBH13 – Preços observados e projetados pelo modelo Black-Scholes****Gráfico 2****Série TELBD46 – Preços observados e projetados pelo modelo Black-Scholes****Gráfico 3****Volatilidade de mercado de acordo com preços de exercício de séries de opções sobre Telebrás PN**

Obs.: Os preços de exercícios da legenda referem-se às séries: R\$ 130 (TELBH13); R\$ 140 (TELBH6); R\$ 150 (TELBH8); e R\$ 160 (TELBH10).

periores ao preço de exercício da mesma. Como as negociações processadas “fora do dinheiro” representam um afastamento da premissa de neutralidade ao risco presente no modelo B-S, os procedimentos numéricos de volatilidades históricas mostraram-se inefetivos nessas

situações no que se refere a uma maior precisão na precificação de opções. Por certo que, em menor grau, essa conclusão de baixa capacidade preditiva nas situações denominadas como “fora do dinheiro” é ainda válida para os procedimentos de volatilidades implícitas.

Um aspecto perturbador no que se refere ao conceito de volatilidades implícitas é expresso pelo efeito denominado *volatility smile*, pelo qual seriam assinalados tantos níveis de volatilidades para um mesmo ativo quantas fossem as séries de opções lançadas sobre ele, em que pese ser única a variância de retornos do ativo subjacente. Na verdade, constata-se uma relação inversa entre preços de exercício e volatilidades de fato empregadas pelo mercado quando de precificações de tais séries por meio do modelo B-S, o que é evidenciado no Gráf. 3 para quatro séries distintas lançadas sobre Telebrás PN nos meses de junho e julho de 1998.

O efeito que viemos de assinalar no parágrafo anterior quanto à constatação de diferentes níveis de volatilidade representa uma limitação significativa para o uso dos procedimentos numéricos de volatilidades históricas, uma vez que estes projetam para cada momento no tempo um valor único para a variância de retornos de um ativo subjacente sobre o qual estejam sendo negociadas múltiplas séries. Além disso, esse fato deve ser analisado em conjunto com as evidências propiciadas pelos valores médios do coeficiente Vega, que denotam uma sensibilidade sistematicamente menor dos preços das opções face à volatilidade do ativo subjacente nas situações “dentro do dinheiro” do que para aquelas operadas “fora do dinheiro”. Esse fato explica a razão pela qual erros de previsão de variâncias exercem influências cada vez menores na precificação de opções quanto mais os preços de mercado do ativo superam os preços de exercício das séries.

Assim é que, para as séries TELBJ5, TELBF3 e TELBH13, negociadas apenas “dentro do dinheiro”, a volatilidade não seria uma variável tão importante a ponto de que eventuais projeções equivocadas de variâncias pudessem causar diferenças importantes entre preços observados e projetados de opções. Nos casos de negociações dentro do dinheiro, a elasticidade volatilidade/preço da opção “corrigiria” eventuais projeções equivocadas de variâncias futuras que fossem feitas com o intuito de utilização do modelo B-S.

De forma coerente, as situações nas quais as negociações processavam-se a preços inferiores aos preços de exercício (“fora do dinheiro”) caracterizaram-se por valores elevados para o coeficiente Vega. Isto indicaria haver, nesses casos, um efeito oposto ao assinalado no parágrafo anterior, ou seja, que altas elasticidades volatilidade/preço amplificam os efeitos de erros de projeções de variâncias utilizadas na previsão de preços de opções por meio do modelo B-S. Especificamente no tocante àquelas séries negociadas apenas “fora do dinheiro”, os valores do coeficiente Vega explicam desvios expressivos como os de 120,74% e 88,93% para as séries TELBJ36 e TELBH6, quando da utilização de volatilidades históricas.

CONCLUSÕES

O aspecto crítico levantado neste estudo diz respeito à sensibilidade dos preços de opções relativamente à volatilidade dos retornos de Telebrás PN, de acor-

do com o que definimos como “estado da opção”. Assim, tal relação mostrou-se sistematicamente mais forte quando de situações em que os preços de mercado do ativo eram inferiores ao preço de exercício da opção lançada sobre o mesmo. Esta análise foi conduzida com base no coeficiente Vega, pelo qual pudemos concluir que, nas situações em que os preços de mercado de Telebrás PN eram superiores aos preços de exercício das séries (operações “dentro do dinheiro”), eventuais projeções equivocadas de variâncias provocavam erros menores na precificação de opções comparados aos casos nos quais os preços de mercado eram inferiores aos preços de exercício das séries de opções (operações “fora do dinheiro”). Especificamente no que se refere aos procedimentos numéricos de volatilidades históricas, os altos valores de desvios médios absolutos presentes na Tab. 1 levam-nos a questionar seriamente sua aplicabilidade no campo das avaliações de opções. Além disso, as análises sobre o coeficiente Vega revelaram que as poucas performances razoáveis constatadas na tarefa de avaliação de opções deveram-se mais à baixa sensibilidade dos preços face à volatilidade de retornos de Telebrás PN em momentos específicos do que à qualificação dos procedimentos de volatilidades históricas em captar variâncias futuras nos retornos de Telebrás PN.

A aplicação dos procedimentos de volatilidades históricas no mercado de opções é seriamente afetada pela presença do efeito denominado *volatility smile*, que

expressa a ocorrência concomitante de tantos níveis diferentes de volatilidades para um ativo subjacente a contratos de opções quanto forem as séries lançadas sobre o mesmo. Isso contraria, evidentemente, o modelo B-S, que supõe que a volatilidade de retornos de cada ativo é única e independente de quantas sejam as séries de opções lançadas sobre ele, bem como de quais sejam os preços de exercício das séries. Em suma, constatamos a ocorrência de relação inversa entre preços de exercício de séries lançadas sobre Telebrás PN e volatilidades de retorno deste ativo mensuradas implicitamente no modelo B-S.

De forma inequívoca, os procedimentos de volatilidade implícita revelaram-se superiores aos de volatilidade histórica na precificação de opções sobre Telebrás PN na Bovespa, com o uso do modelo Black-Scholes. Essa performance superior, com desempenhos por vezes notáveis em termos de desvios médios absolutos, não foi afetada pela maior ou menor instabilidade da variância de retornos de Telebrás PN ao longo do tempo. Além disso, tais performances superiores não guardaram relação com o fato das séries de opções serem operadas nas situações definidas como “dentro ou fora do dinheiro”. Enfim, as evidências são de que a precificação de opções no mercado da Bovespa parece estar razoavelmente equacionada com o uso do modelo Black-Scholes em conjunto com variâncias projetadas por meio de procedimentos numéricos de volatilidades implícitas.

ABSTRACT

We evaluate alternative numerical procedures to extract return volatilities of Telebras PN in Bovespa, which could be used to price call options in the context of the Black-Scholes model. The study has demonstrated the superiority of the procedures of implicit volatilities in relation to those of historical volatilities, which was due either to the sensibility of return variances of Telebras PN to the prices of options written on it and to the effect known as “volatility smile”. The final conclusion of the study was that the task of pricing call options in the market of Bovespa seems reasonably resolved with the model Black-Scholes along with numerical procedures of implicit volatilities.

Keywords: Call option; Historical volatility; Implicit volatility; Black-Scholes model.

Referências bibliográficas

- ANDERSEN, T. G. Return volatility and trading volume: an information flow interpretation of stochastic volatility. **Journal of Finance**. v. 51, p. 169-204, 1996.
- BLACK, F. Studies of stock price volatility changes. **Proceedings of the 1976 Meetings of Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association**. p. 177-181, 1976.
- CHIRAS D. P., MANASTER S. The information content of option prices and a test of market efficiency. **Journal of Financial Economics**. v. 6, p. 213-234, 1978.
- HULL, J. C. **Options, futures, and other derivatives**. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall, Inc., 1997.
- LATANÉ H. A., RENDLEMAN JR. R. J. Standard deviations of stock price ratios implied in options prices. **Journal of Finance**. v. 31, n. 2, Mai. 1976.
- MERTON R. C. On estimating the expected return on the market. **Journal of Financial Economics**. v. 8, p. 323-361, 1980.