PRIMEIRAS IMPRESSÕES CONTEXTUAIS DAS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DE WILLIAM OUGHTRED (1574-1660) NA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA

Amanda Cardoso Benicio de Lima[1]

Kawoana da Costa Soares[2]

Verusca Batista Alves[3]

Ana Carolina Costa Pereira[4]

Resumo

Estudos relacionados à história da matemática, em particular, os que estão direcionados aos conceitos matemáticos, podem contribuir para a desmistificação cultural disciplinar de uma ciência de difícil acesso. Dentre os expostos que possuem uma visão no qual os recursos advindos da história podem potencializar o ensino de matemática, encontramos os que utilizam os instrumentos matemáticos. Dessa forma, esse artigo é uma primeira impressão dos aspectos contextuais das duas réguas para cálculo de William Oughtred (1574-1660) encontrado em *The Declaration of The Two Rules for Calculations.* Para isso procuramos utilizar uma metodologia qualitativa de caráter documental, visto que iremos, a partir do texto de 1639, em inglês, apresentar características das duas réguas para cálculo direcionando aos aspectos de sua descrição. Desde já, percebemos que a construção desse instrumento requer o conhecimento de elementos epistemológicos atrelados aos conceitos de seno e logaritmos do período, que partindo dos conhecimentos adquiridos a partir da interpretação do documento *The Declaration of The Two Rules for Calculations*, de William Oughtred (1574-1660), buscamos conhecer as possibilidades relacionadas as questões da Educação Matemática.

Palavras-chave: Réguas Calculadoras. *The Declaration of The Two Rules for Calculations.* Instrumentos Matemáticos. História da Matemática.

[1] Discente e bolsista de Iniciação Científica da Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP) da Universidade Estadual do Ceará (UECE).
E-mail: cardoso.lima@aluno.uece.br

[2] Discente e bolsista da Pró-Reitoria de Extensão (PROEX) da Universidade Estadual do Ceará (UECE).
E-mail: kawoana.costa@aluno.uece.br

[3] Mestre Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).
E-mail: verusca.batista@uece.br

[4] Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
Docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).
E-mail: carolina.pereira@uece.br

Abstract

Studies related to the history of mathematics, in particular those related to mathematical concepts, can contribute to the disciplinary cultural demystification of a science that is difficult to access. Among those exposed that have a vision in which the resources arising from history can enhance the teaching of mathematics, we find those that use mathematical instruments. As such, this article is a first impression of the contextual aspects of William Oughtred's (1574-1660) two calculator rulers found in The Declaration of The Two Rules for Calculations. For this, we tried to use a qualitative methodology of documental character, since we will, from the 1639 text, in English, present characteristics of the two calculation rules, directing the aspects of their description. From now on, we realize that the construction of this instrument requires knowledge of epistemological elements linked to the concepts of sine and logarithms of the period, based on the knowledge acquired from the interpretation of the document The Declaration of The Two Rules for Calculations, by William Oughtred (1574 -1660), we sought to know the possibilities related to issues in Mathematics Education.

Key words: Calculating Rules. The Declaration of The Two Rules for Calculations. Mathematical Instruments. History of Mathematics

Introdução

Esse artigo é uma primeira impressão dos aspectos contextuais de duas réguas para cálculo associadas a William Oughtred (1574-1660) encontradas em sua *The Declaration of The Two Rules for Calculations*. As duas réguas para cálculo, são descritas em Oughtred (1639) como instrumentos que podem ser utilizadas no cálculo envolvendo triângulos e à resolução de questões aritméticas, mas também podem servir como um *Crosse-Staffe*[5] para medir a altura do sol ou de qualquer estrela acima do horizonte, e também suas distâncias.

Como aporte metodológico utilizamos nesse estudo um viés qualitativo e de caráter documental, pois a partir da análise do documento buscamos "[...] identificar informações factuais nos mesmos, para descobrir as circunstâncias sociais, econômicas e ecológicas com as quais podem estar relacionados, atendo-se sempre às questões de interesse" (KRIPKA; SCHELLER; BONOTTO, 2015, p. 245). Essa metodologia ainda beneficia

[5] [...] é um dispositivo para medir ângulos e teria sido usado por marinheiros para medir a altura em graus do sol acima do horizonte ao meio-dia para fins de navegação e para outras aplicações onde as medições de ângulo fossem necessárias. (JOURNAL of the Oughtred Society, No. 1, Vol. 17, 2008.)

a observação do "[...] processo de maturação ou de evolução de indivíduos, grupos, conceitos, conhecimentos, comportamentos, mentalidades, práticas, entre outros" (KRIPKA; SCHELLER; BONOTTO, 2015, p. 245).

Para o estudo aqui proposto, o documento em questão é a versão inglesa do texto de 1639, do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*, no qual encontramos a inserção do *The Declaration of The Two Rules for Calculations* do clérico inglês William Oughtred (1574-1660). Essa declaração é uma adição ao tratado e apresenta sobre a descrição de duas réguas para cálculo *(Transversarie e Staffe),* suas utilizações individuais e em conjunto *(Crosse-Staffe).*

Dessa forma, o artigo aqui proposto está dividido em quatro partes, no qual na primeira, trataremos da biografia do clérigo inglês William Oughtred adentrando as questões voltadas para sua formação e produção das matemáticas. Em seguida apresentaremos alguns aspectos contextuais do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*, enfocando na descrição dos instrumentos contidos nele. Na terceira parte, descrevemos sobre as duas réguas para cálculo enfocando a descrição da construção e aplicações a partir do *The Declaration of The Two Rules for Calculations.* Por fim, apresentaremos algumas possibilidades didáticas de inserção do instrumento estudado na formação de professores de Matemática.

Quem foi William Oughtred?

No que diz respeito à história da matemática, os séculos XVI e XVII foram períodos marcados por intensas transformações no que se concebia por ciência, principalmente na Europa. Podemos tomar como exemplo, o conhecido *Os Elementos*, de Euclides, que teve tradução para diversos idiomas, dentre os quais, o alemão, francês e italiano, neste período citado (ALVES, 2021).

Conforme apontam Alves e Pereira (2018), o interesse pelos estudos das matemáticas se tornara disputado, uma vez que ela passou a ser um elemento de grande importância principalmente para fins comerciais.

Inerente a isso, a publicação de tratados que versavam sobre as matemáticas, bem como, os instrumentos matemáticos que poderiam auxiliar/facilitar os cálculos, teve destaque em seu crescimento, principalmente nas regiões europeias.

Esses tratados e instrumentos relacionam-se também a outro aspecto que teve destaque entre os séculos XVI e XVII, que foi a tutoria. Estudiosos das matemáticas se ocupavam em ensinar, dando destaque e relevância para a solução de problemas e era por meio da publicação desses tratados, que eles divulgavam suas capacidades e promoviam suas aptidões ao ensino (HARKNESS, 2007; ALVES, 2019).

Nesse contexto, William Oughtred (1574-1660) (figura 1) surge como um personagem pouco explorado nas histórias das matemáticas. Ele foi um ministro anglicano, que dedicou uma parte de sua vida aos estudos. Ele "[...] nasceu em 5 de março de 1574, em Eton, uma cidade localizada no condado de Buckinghmshire, na Inglaterra e faleceu no dia 30 de junho de 1660, em Albury, no condado de Surrey, localizado a 50km de Londres." (ALVES, 2019, p. 24).

Figura 1 – William Oughtred
Fonte: Hopp (1999, p. 12)

A respeito de sua formação, Oughtred frequentou a Eton College para rapazes, onde recebeu treinamento para o ingresso na Universidade.

Posteriormente em 1592, aos seus 17 anos, foi admitido na King's College, uma constituinte da Universidade de Crambridge, onde tornou-se *fellow* três anos depois.

Em 1596 ele recebeu o grau de Bacharel das Artes[6] e, em 1600, o de Mestre das Artes. Ele deixou sua posição na Universidade como *fellow* em 1603 conforme explica (CAJORI, 1916).

Durante sua dedicação as matemáticas, Oughtred publicou tratados que versavam sobre vários temas relacionados às Artes. Dentre eles, três receberam destaque por sua importância, sendo eles, *Clavis Mathematicae*[7] (1631), *Trigonometrie* (1657) e *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632, 1633, 1639, 1660). Apesar de sua importante contribuição as matemáticas, em grande parte dos casos, suas publicações foram fruto das pressões de seus clientes, amigos e/ou alunos, pois ele demonstrava pouco interesse na publicidade de suas obras (CAJORI, 1916; ALVES, 2019).

Neste texto, nos deteremos ao tratado *The Circle of Proportion and the Horizontal Instrvment,* edição de 1639, por ser a versão mais antiga que se teve acesso, que incorpora a *The Declaration of The Two Rules for Calculations.*

Aspectos contextuais do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1639)

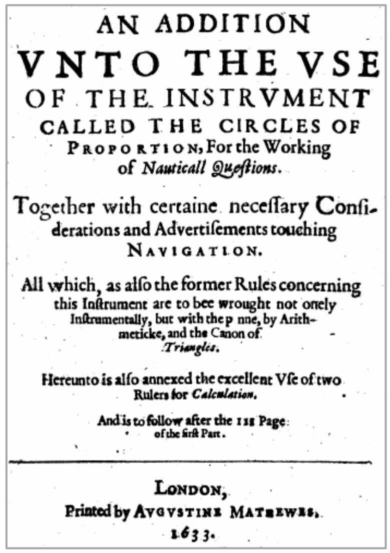
O tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* teve sua primeira versão manuscrita por volta de 1622 em latim, porém, não publicada (ALVES; PEREIRA, 2018). Em torno de 10 anos depois, um dos alunos de William Oughtred, William Forster (fl.1632-1673) traduziu do latim para o inglês e publicou.

[6] Por "arte" não nos referimos a "belas-artes". Trata-se das muitas práticas manuais muito comuns nos séculos XVI e XVII. A esse respeito, vide: Rossi (1989); Van den Hoven (1996); Long (2001) e Smith (2003).
[7] Somente teve-se acesso a versão em inglês intitulada *Key of Mathemactiks* (1694)

A obra *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (figura 2), na qual temos conhecimento de quatro edições, apresenta a divisão em duas partes, e seguido delas uma adição, intitulada por *An Addition Unto The Use of The Instrument Called the Circles of Proportion, For The Working Of Nauticall Questions* (figura 3) dividida em duas partes, a primeira referente a Navegação e em sua segunda parte uma declaração, que perpassa por 12 páginas, intitulada por *The Declaration of the Two Rules for Calculations* (figura 4).

Alves (2019) descreve que *The Circles of Proportion* trata de conteúdos aritméticos, como proporção simples e composta, multiplicação e divisão, progressão, quadratura e cubagem de números, assim como a extração das raízes quadradas e cúbicas; geométricos como círculos, cones, cilindros e esferas, medidas planas e sólidas, volume de vasos de líquidos, estudos sobre metais em relação à quantidade e peso, e o ordenamento de soldados para batalhas; e astronômicos com várias operações.

Figura 2 – Frontispício de
The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument, 1639
Fonte: Oughtred (1639)



AN ADDITION
VNTO THE VSE
OF THE INSTRVMENT
CALLED THE CIRCLES OF
PROPORTION, For the Working
of *Nauticall Questions*.

Together with certaine necessary Considerations and Advertisements touching NAVIGATION.

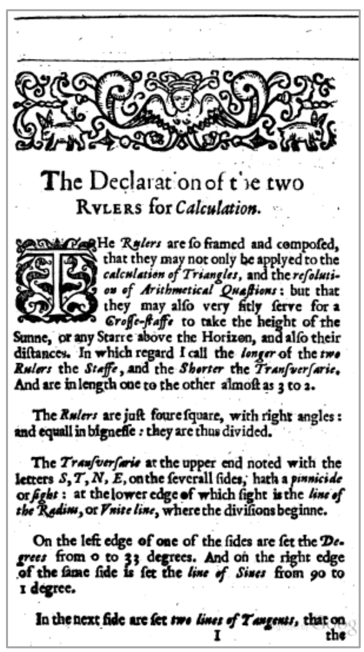
All which, as also the former Rules concerning this Instrument are to bee wrought not onely Instrumentally, but with the p nne, by Arithmeticke, and the Canon of *Triangles*.

Hereunto is also annexed the excellent Vse of two Rulers for *Calculation*.

And is to follow after the 118 Page of the first Part.

LONDON,
Printed by AVGVSTINE MATHEWES.
1633.

Figura 3 – Frontispício de *An Addition Unto The Use of The Instrument Called the Circles of Proportion, For The Working Of Nauticall Questions,* 1639
Fonte: Oughtred (1639)



The Declarat on of t e two
RVLERS for *Calculation*.

THe *Rulers* are so framed and composed, that they may not onely be applyed to the *calculation of Triangles*, and the *resolution of Arithmetical Quastions*: but that they may also very fitly serve for a *Crosse-staffe* to take the height of the Sunne, or any Starre above the Horizon, and also their distances. In which regard I call the *longer* of the *two Rulers* the *Staffe*, and the *Shorter* the *Transversarie*. And are in length one to the other almost as 3 to 2.

The *Rulers* are just foure square, with right angles: and equall in bignesse: they are thus divided.

The *Transversarie* at the upper end noted with the letters *S*, *T*, *N*, *E*, on the severall sides, hath a *pinnicide* or *sight*: at the lower edge of which sight is the *line of the Radius*, or *Vnite line*, where the divisions beginne.

On the left edge of one of the sides are set the *Degrees* from 0 to 33 degrees. And on the right edge of the same side is set the *line of Sines* from 90 to 1 degree.

In the next side are set *two lines of Tangents*, that on
I the

Figura 4 – Primeira página de
The Declaration of the Two Rules for Calculations, 1639
Fonte: Oughtred (1639)

As duas réguas para cálculo: descrição da construção e aplicações

As réguas calculadoras de William Oughtred são descritas em sua obra como réguas que "[...] não só podem ser aplicadas ao cálculo de triângulos e à resolução de questões aritméticas, mas também podem muito bem servir como um *Crosse-Staffe* para medir a altura do sol ou de qualquer estrela acima do horizonte, e também suas distâncias."(OUGHTRED, 1639, p. 63, tradução nossa). Na descrição, é mencionada as funcionalidades das réguas, além de evidenciar que possuem nomenclatura e tamanho distintos, onde Oughtred (1639) chama a mais longa das duas réguas de *Staffe* e a mais curta de *Transversarie*, e destaca que têm um comprimento de quase três para dois.

Apesar da declaração não apresentar qualquer tipo de divisão em tópicos ou em partes, é possível perceber a sua organização no que diz respeito à construção do pensamento. Primeiro, Oughtred (1639) relata sobre a descrição das duas réguas, depois sobre sua utilização, no qual faz o uso de casos, teoremas, exemplos e por fim escreve sobre o uso das réguas na forma de *Crosse-Staffe.*

Nos primeiros parágrafos de *The Declaration of the Two Rules for Calculations*, Oughtred (1639) detalha a descrição do instrumento. No entanto, o autor não explica como proceder para realizar tais divisões e escalas, ou seja, a declaração não traz instrução sobre a construção do instrumento, ele apenas o descreve. Segundo Alves (2019), era comum, nesse período, que os tratados articulassem a construção e o uso de instrumentos. Assim, tais obras eram destinadas a um público que tinha conhecimentos matemáticos, tanto contidos nos instrumentos, quanto nas práticas de seus ofícios (SAITO; DIAS, 2012).

Desse modo, os autores desses tratados não se preocupavam com os detalhes matemáticos, pois isso já era conhecido pelo público ao qual a obra estava direcionada. Isso justifica então, o modo pelo qual Oughtred (1639) não apresenta maiores explicações para a construção de cada régua e suas escalas. Como explicam Saito e Dias (2012), os instrumentos, em si, contêm conhecimento matemático de modo implícito e revelam uma associação entre o saber e o fazer.

Oughtred (1639) inicia explicando que as réguas calculadoras têm apenas quatro quadrados, com ângulos retos e iguais em tamanho e que elas possuem na extremidade superior, em cada um de seus lados, as letras S, T, N, E. A respeito da descrição da primeira régua, intitulada *Transversarie*, Oughtred explica que:

> [...] em vários lados tem um pinacídio ou mira. Na borda inferior da qual na mira está na linha do raio, ou linha da unidade, onde as divisões começam. Na borda esquerda de um dos lados estão definidos os graus de 0 a 33. E na borda direita do mesmo lado é definida a linha dos senos de 90 a 1 grau. No lado seguinte são definidas duas linhas de tangentes, que na borda direita vai para cima de 1 a 45 graus, e na borda esquerda vai para baixo de 45 a 89 graus. No terceiro lado, na borda direita está definida a linha dos números, tendo essas figuras em ordem decrescente 1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 9, 8, 7, etc. No quarto lado na borda direita está a linha definida de partes iguais. E na borda esquerda estão diversas cordas para a divisão dos círculos.[8] (OUGHTRED, 1639, p. 63-64, tradução nossa).

Oughtred inicia explicando a estrutura física do instrumento, e em seguida, suas divisões. Essas divisões, que se encontram tanto na *Transversarie* como no *Staffe*, denominadas pelas letras S, T, N, E, inseridas na extremidade de cada régua, possuem, cada uma, um significado,

[8] Em inglês lê-se: [...] on the severall sides hath a *pinnicide or sight*; at the lower edge of which sight is the line of the radius, or unite line, where the divisions beginne. On the left edge of one of the sides are set the degrees from 0 to 33 degrees. And on the right edge of the same side is set the line of sines from 90 to 1 degree. In the next side are set two lines of tangents, that on the right edge goeth upward from 1 to 45 degrees, and that on the left edge goeth downward from 45 to 89 degrees. In the third side, on the right edge is set the line of numbers, having these figures in descent 1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 9, 8, 7,&c. In the fourth side on the right edge is the set line of equall parts: And on the left edge are diverse chords for the dividing of circles. (OUGHTRED, 1639, p. 63-64)

sendo a letra “S” os senos, o “T” as tangentes, o “N” os números e o “E” as partes iguais.

Por conseguinte, temos a descrição da régua *Transversarie*, que já indica um pinacídio ou mira[9] que estão inseridos em vários lados, ou seja, tem mais de um pinacídio ou mira. Observe que Oughtred descreve cada lado do *Transversarie*, indicando as demarcações de cada escala que estão inseridas nas bordas deles. A escala dos senos é dividida de 90 a 1, com isso temos como fazer uso nos cálculos de noventa graus. Já na escala das tangentes, em um outro lado da *Transversarie*, é dividida em duas partes, ou duas linhas, sendo uma composta com a demarcação de 1 a 45 e na outra, ou da esquerda, de 45 a 89, todos os valores são dados como graus. Em seguida, em outro lado da régua *Transversarie* é descrito as demarcações dos números, que estão em ordem decrescente. E no quarto e último lado, temos as demarcações das partes iguais, em uma das bordas do mesmo lado, e as divisões das diversas cordas para a divisão dos círculos na outra borda dele.

Quanto à segunda régua, denominada *Staffe*, Oughtred explica que:

> [...] na extremidade mais distante dele tem um encaixe com um pinacídio ou mira, no qual começa a 30 graus, e então avança para 90 graus no final do *Staffe* próximo ao seu olho, cujos graus de 30 a 90 são definidos na borda direita de um dos lados do *Staffe*. Em seguida, aplicando seu *Transversarie* ao *Staffe* com a extremidade inferior definida para 90, marque nos quatro lados do *Staffe* a linha do raio ou unidade, em que em cada borda esquerda deve começar a única linha de Senos, Tangentes e Números, os mesmos que estavam na *Transversarie* (o dos senos estando naquele lado onde os graus estão), apenas a linha das tangentes, e os números são continuados além da linha do raio, até a outra extremidade do *Staffe*. E no quarto lado do *Staffe*, no meio, há divisões duplas; que à direita está uma linha de

[9] Blocos que encaixam no *Transversarie*, cuja posição destes define o alcance que o instrumento deve ter para uma observação particular.

> partes iguais até 100, atingindo toda a extensão do *Staffe*. E na mão esquerda continua para o primeiro, é a linha de latitudes e elevações do Polo em 70 graus marcada com a letra L.[10] (OUGHTRED, 1639, p. 64, tradução nossa)

Por meio da descrição da régua *Staffe*, observe a existência de pinacídio ou mira no singular, ou melhor, é necessária a utilização apenas de um pinacídio ou mira. Em que um dos lados do *Staffe* a demarcação da escala se inicia em 30 graus e avança até 90 graus, onde o sentido crescente da demarcação é 30° para mais longe do seu olho e 90° para mais perto, definidos na borda direita do mesmo lado, sendo que o autor não indicou qual a finalidade dessas demarcações. Após isso, é indicado que coloquemos a *Transversarie* sobre o *Staffe*, com a finalidade de realizar as marcações nos quatro lados do *Staffe* com as letras S, T, N, E.

Analisando as próximas orientações do autor, temos que cada borda esquerda dos quatro lados do *Staffe* está destinada às demarcações da linha do raio ou unidade, e que em cada borda esquerda está contida as indicações das escalas dos senos, das tangentes e dos números. Sendo que, Oughtred (1639) deixa claro que as escalas dos senos, das tangentes e dos números estão nos mesmos lados da *Transversarie*, por isso não é prolongado como são feitas as demarcações. E a diferença entre as demarcações da *Transversarie* e do *Staffe* é que, em um quarto lado do *Staffe,* são inseridas duas linhas paralelas no meio, em que a da direita, que percorre por toda a extensão do *Staffe*, possui as partes iguais até o 100,

[10] Em inglês lê-se: […] at the further end of it hath a socket with a *pinnicide or sight*: at which beginneth the 30 degree, and so goeth on to 90 degrees at the end of the *Staffe* next your eye; which degrees from 30 to 90 are set on the right edge of one of the sides of the *Staffe*. Then applying your *Transversarie* to the *Staffe* with the lower end set to 90, marke on the foure sides of the *Staffe* the line of the radius or unite, at which on every left edge must beginne the single line of Sines, Tangents, and Numbers, the very same which were in the *Transversarie* (that of the sines being on that side where the degrees are) only the line of Tangents, and numbers are continued beyond the line of the radius to the further end of the Staffe. And on the fourth side of the *Staffe* in the middle are double divisions, that on the right hand is a line of equall parts to 100, reaching the whole length of the *Staffe*. And on the left hand contiguous to the former, is the line of latitudes or elevations of the pole unto 70 degrees marked with the letter L. (OUGHTRED, 1639, p. 64)

e a da esquerda é a linha com as demarcações para as latitudes e elevações do Polo em 70 graus, no qual ela possui uma marcação "L".

Nota-se, através da explicação de Oughtred (1639), que as mesmas escalas contidas na régua *Transversarie* estão na régua *Staffe*. Antes de tratar do uso das duas réguas, Oughtred (1639) explica que os graus tanto do *Staffe* quanto do *Transversarie*, e também dos senos e tangentes, podem ser divididos em 6 partes que contêm 10 minutos cada uma, ou melhor, em 10 partes contendo 6 minutos cada, pois assim podem servir também para decimais.

Para dar início às instruções sobre a manipulação das duas réguas, Oughtred (1639) exemplifica o manuseio correto de cada régua para que o resultado do cálculo, envolvendo proporcionalidade, fique correto, salientando que:

> Trabalhando uma proporção pelas réguas, segure o *Transversarie* em sua mão esquerda, com a extremidade com o fim em que a linha do raio ou linha da unidade está para sua direção, girando esse lado da régua para a frente, em que a linha do tipo do primeiro termo, seja ele número, seno ou tangente: e nele busque o primeiro termo e o outro que lhe é homogêneo. Em seguida, pegue o *Staffe* em sua mão direita com o lado para cima, em que a linha do tipo do quarto termo procurado: e procure nele o termo homogêneo para o quarto. Aplique isso ao primeiro termo no *Transversarie* e o outro termo homogêneo deverá mostrar no *Staffe* o quarto termo.[11] (OUGHTRED, 1639, p. 65, tradução nossa).

[11] Em inglês lê-se: In working a proportion by the rulers, hold the *Transversarie* in your left hand, with the end at which the line of the radius or unite line is, from you ward, turning that side of the ruler upward, on which the line of the kind of the first terme is, whether it be Number, Sine, or Tangent: and therein seeke bolt the first terme, and the other which is homogene to it. Then take the *Staffe* in your right hand with that side upward, in which the line of the kind of the fourth terme sought for is: and seek in it the terme homogene to the fourth. Apply this to the first terme in the *Transversarie*: and the other homogene terme shall in the *Staffe* shew the fourth terme. (OUGHTRED, 1639, p. 65)

Na sequência, Oughtred (1639) conduz alguns exemplos referentes ao tema proporção, para ser calculado utilizando as duas réguas para cálculo, enunciando que:

> Como se você fosse multiplicar 355 por 48; Diga: 1 . 355 :: 48 . 17040. Pois, se na linha de números no *Staffe* você conta 355, e aplicar o mesmo a 1 na linha de números no *Transversarie*; então 48 no *Transversarie*, mostrando 17040 no *Staffe*. [12] (OUGHTRED, 1639, p. 65, tradução nossa).

Oughtred (1639) inicia o exemplo indicando o primeiro passo, mencionando a operação de multiplicação. O objetivo dele não é explicar o processo de multiplicação, pois já é esperado que o leitor saiba as propriedades referentes ao cálculo dessa operação, mas objetiva explicar como é realizado esse cálculo utilizando o instrumento em questão. Logo depois, nos deparamos com uma notação, que não utilizamos atualmente, indicando que uma unidade está para 355 assim como 48 está para 17040.

Consequentemente, é valido ressaltar que não é a primeira vez que Oughtred (1639) usa essa notação, e é por isso que ele não a explica na declaração. No capítulo 2, de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (1639), intitulado "da operação da regra da proporção e também da multiplicação e divisão[13]", o autor já inicia enunciando dois teoremas gerais, sendo eles:

> **Teorema:** Se de três números dados, o primeiro divide o segundo e o quociente multiplica o terceiro; o produto será o quarto proporcional aos três números indicados.
>
> **Teorema:** Se três números são dados, o segundo divide o primeiro e o quociente divide o terceiro; este quociente pos-

[12] Em inglês lê-se: As if you would multiply 355 by 48; Say: 1 . 355 :: 48 . 170040. For if in the line of Numbers on the *Staffe* you reckon 355, and apply the same to 1 in the line of Numbers on the *Transversarie*; then shall 48 on the *Transversarie;* shew 17040 on the *Staffe*. […] (OUGHTRED, 1639, p. 65).

[13] Em inglês lê -se: Of the operation of the rule proportion and also the multiplication and division OUGHTRED, 1639)

> terior será o quarto proporcional, aos três números dados. [14] (OUGHTRED, 1639, p. 5, tradução nossa).

Apesar de esses teoremas serem referentes ao cálculo de proporção, possuem propriedades diferentes, pois um trata de proporção com multiplicação e o outro com a divisão. Oughtred (1639) discorre logo após várias propriedades, e que algumas ressaltamos para melhorar compreensão do exemplo proposto neste artigo,

> 5. Na multiplicação, como uma unidade é um dos fatores (de números serem multiplicados) assim é o outro como os fatores, para o produto. [...] E o produto de dois números terá tantos lugares como os dois fatores, quanto menos deles exceder tantos dos primeiros números do produto: Mas se não exceder, terá um a menos. 7. Portanto, tenha esta regra cuidadosamente em mente: que na Multiplicação o primeiro termo da proporção implícita é sempre 1 [...]. [15] (OUGHTRED, 1639, p. 6-7, tradução nossa).

Oughtred (1639) inicia orientando o leitor a colocar diante de si a escala dos números no *Staffe* e então localizar o número 355. Depois disso, orienta a localizar na escala dos números na *Transversarie* o número 1, este número um é devido a propriedade evidenciada anteriormente, que Oughtred (1639) diz - "Na multiplicação, como uma unidade é um dos fatores (de números serem multiplicados) [...]", e só assim aplicar o número 355 que está na *Staffe* ao número 1 que está na *Transversarie*, de modo a deslizar as duas réguas para cálculo ao mesmo tempo. Então,

[14] Em inglês lê-se: Theorem: If of three numbers given, the first divide the second and the quotient multipliy the third; the product shall be the fourth proportionall to the three numbers indicated. Theorem: If three numbers given, the second divides the first and the quotient divides the third; this later quotient shall be the fourth proportionall to the three numbers given. (OUGHTRED 1639, p. 5).

[15] Em inglês lê-se: 5. In multiplication, as a unit is one of the factors (or numbers being multiplied) so is the other as the factors, for the product. [...] And the product of two numbers shall have as many places as there be in both the factoresif the leffer of them exceede so many of the first numbers of the product: But if it doesn't, it will have one lesse. Wheresore let this rule bee full carefully kept in minde: that in Multiplication the first term e the implied proportion is evermore 1 […] (OUGHTRED, 1639, p. 6-7).

quando localizar o número 48 na *Transversarie* estará mostrando para o número 17040 no *Staffe*.

> Outra vez, se você dividisse 17040 por 48.
> Diga: 48 . 1 :: 17040 . 355.
> Pois se na linha de números no *Transversarie* você conta 48, e para o mesmo se aplica 1 na linha de números no *Staffe*; então deve 17040 no *Transversarie* mostrar 355 no *Staffe*.[16] (OUGHTRED, 1639, p. 65-66, tradução nossa).

Continuando o exemplo, agora por meio da divisão, novamente Oughtred (1639) inicia mencionando a operação que irá realizar, ou seja, a preocupação do autor não é explicar como se realiza o cálculo de proporção por meio da divisão, mas que o leitor compreenda como realiza esse cálculo utilizando o instrumento em questão. Novamente, encontramos uma notação não usual, mas, que tem a mesma finalidade de indicar que 48 está para 1 assim como 17040 está para o 355.

Como não é a primeira vez que Oughtred (1639) indica esse procedimento, o autor não o explica novamente, pois ele já está explicado no capítulo dois de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1639), que aponta:

> 6. E na Divisão, como o Divisor é para uma Unidade; assim é o Dividendo, para o Quociente. [...] E o Quociente terá tantos lugares, como o Dividendo tem mais que o Divisor se o Divisor exceder tantos [lugares] dos primeiros números do Dividendo, mas se não exceder, terá um lugar a mais. 7. [...] E na divisão, o primeiro termo é o Divisor. [17] (OUGHTRED, 1639, p. 07, tradução nossa).

[16] Em inglês lê-se: […] Againe if you would divide 17040 by 48: Say 48 . 1 :: 17040 . 355. For if in the line of Numbers on the *Transversarie* you reckon 48, and to the same apply 1 in the line of Numbers on the *Staffe*: then shall 17040 on the *Transversarie* shew 355 on the *Staffe*.(OUGHTRED, 1639, p. 65)

[17] Em inglês lê-se: And in Division, as the Divisor is to a Unit; so is the Dividend, for the Quotient. […] And the Quotient shall have so many places, as the Dividend hath more then the Divisor, if the Divisor exceede so many [places] of the first figures of the Dividend, but if it dot not exceede, it shall have one place more. 7. […] And in division, the first terme is the Divisor. (OUGHTRED, 1639, p. 7).

Fazendo o uso da mesma metodologia, do início do exemplo, para o uso das duas réguas para cálculo precisamos localizar na escala dos números da *Transversarie* o número 48, então ao deslizar as réguas ao número 1 na linha de números do *Staffe* notamos que o número 17040 na régua *Transversarie* mostrará o número 355 na escala dos números do *Staffe*.

Após a descrição, exemplos, casos e teoremas, Oughtred (1639) inicia o relato acerca da utilização do *Staffe* e da *Transversarie* como *Crosse-Staffe*, evidenciando que:

> [...] você deve se lembrar que os graus que servem para a *Crosse-Staffe* são colocados tanto no *Staffe* quanto no *Transversarie*, no mesmo lado em que está a linha de senos. E que em seu enquadramento, o *Transversarie* deve ser colocado no soquete de modo que possa ficar no lado direito do *Staffe*. Os graus no *Transversarie* são apenas os primeiros 30 e servem para mostrar um ângulo não superior a 30 graus. No entanto, não seria inútil se o *Transversarie* e o *Staffe* fossem um pouco mais longos, de modo que o Transversarie pudesse conter 5 graus após 30 e o Staffe 5 graus antes de 30.[18] (OUGHTRED, 1639, p. 73-74, tradução nossa).

Para obter o uso das duas réguas para cálculo como *Crosse-Staffe,* Oughtred (1639) nos apresenta o manuseio delas de forma cruzada, no qual usamos um soquete, que fica à direita do lado que está a linha dos senos no *Staffe*, que encaixa a *Transversarie*. Sendo que os graus das escalas contidas no *Staffe* e na *Transversarie* serão utilizados no *Crosse-Staffe*, com a diferença de que usamos apenas os 30 primeiros graus da *Transversarie*, mas o autor ressalta que não teria problema se as duas

[18] Em inglês lê-se: […] you are to remember that *the degrees serving for the Crosse - Staffe are placed both on the Staffe and Transversarie, on the same side on which the line of Sines is.* And that in framing thereof *the Transversarie is to be set in the Socket so that it may stand on the right band of the Staffe.* The degrees on the *Transversarie* are only the first 30, and serve to shew an angle not exceeding 30 degrees. Yet it would not be unusefull if both the *Transversarie* and *Staffe* were made somewhat longer that the *Transversarie* might containe 5 degrees after 30; and the Staffe 5 degrees before 30. (OUGHTRED, 1639, p. 73-74).

réguas para cálculo fossem mais longas, de forma a adicionarmos mais 5 graus na *Transversarie* e no *Staffe* 5 graus antes de 30.

Ao longo da declaração também observamos que a utilização das duas réguas para cálculo para medir a altura de construções, para emcontrar a ascensão do sol em um determinado dia do ano, para a medição de tamanho de terras, para o cálculo de distâncias em longitudes, entre outros exemplos.

Possibilidade de inserção na formação de professores de matemática

A relação entre teoria e prática matemática é algo que perpassa o interesse desde pesquisadores até o professor já em atuação. Sendo assim, tanto licenciandos em Matemática quanto professores em formação continuada, buscam por elementos que satisfaçam e justifiquem principalmente o porquê dos estudos de certos conceitos matemáticos.

Uma vertente de estudos que busca ajudar a responder essa situação pauta-se na construção de interfaces entre a educação matemática e a história da matemática, de modo a fornecer ao público interessado, possibilidades de ressignificação da própria matemática a partir da inserção da história, ampliando a formação desse professor.

Assim, uma das possibilidades está associada à construção e manipulação de instrumentos matemáticos advindos da história da matemática, e, neste caso, as duas réguas calculadoras de William Oughtred.

No que se refere à sua construção física, Oughtred (1639) indica alguns elementos componentes como um paralelepípedo reto-retângulo, que possibilita o estudo de entes da geometria espacial em um contexto mais amplo. Além disso, há também as escalas graduadas no instrumento, intituladas pelo autor por Seno, Tangente, Números e Partes Iguais baseada em números "conhecidos" que estão relacionadas diretamente com o conceito de logaritmos, visto que nesse período a busca de artefatos que facilitassem os cálculos de maneira mais rápida estava em ascensão principalmente devido à relação da matemática com o comércio (HARKNESS, 2007, ALVES; PEREIRA, 2018).

Nesse sentido, a construção dessas escalas, possibilita, de forma individual, estudar questões referentes à resolução aritmética e a medida de distâncias, como a altura do Sol ou de qualquer estrela acima do horizonte.

Considerações finais

Ao decorrer do progresso desse estudo, notamos que as réguas indicadas na *The Declaration of the Two Rules for Calculations* de William Oughtred, apontam certas potencialidades didáticas associada as questões educacionais, sobretudo em primeira instância, na formação de professores de Matemática.

Dentre os elementos com esse potencial didático, podemos citar o estudo dos senos e das tangentes utilizadas para a construção das escalas das duas réguas, em que se tem que estudar as unidades estabelecidas no período e como ocorre a demarcação dos valores dos senos e das tangentes nas réguas, a fim de podermos realizar os cálculos devidos. Além disso, com o início da análise da declaração levantou-se a hipótese de que as réguas possam conter conhecimentos de proporcionalidade e logaritmos, podendo assim assemelhassem a outros *Crosse-Staffe* do período, principalmente ao de Edmund Gunter (1581-1626).

Ressaltamos que essa análise é de aspecto inicial e que outros conhecimentos de cunho epistemológicos ainda precisam ser aprofundados para que se entenda de uma forma mais clara o processo de construção das escalas das duas réguas para cálculo e a sua utilização, para, enfim, ser possível seguir a uma etapa seguinte, a de elaboração de abordagens para a formação do professor de Matemática.

Referências

ALVES, V. B. William Oughtred (1574-1660) no contexto do século XVII: Tratados e o Ensino de Matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 7, n. 20, p. 289–300, 2021.
Disponível em:
https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/3558.
Acesso em: 3 out. 2021.

ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. O instrumento "círculos de proporção" exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 89-108, 2018.
Disponível em:
https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/39043/26511.
Acesso em: 3 out. 2021.

CAJORI, F. **William Oughtred:** a great seventeenth-century teacher of mathematics. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.

HARKNESS, D. E. **The Jewel House:** Elizabethan London and the Scientific Revolution. London: Yale University Press, 2007.

HOPP, P. M. **Slide Rules:** Their history, models, and makers. New Jersey: Astragal Press, 1999.

JOURNAL of the **Oughtred Society**: The Boucher Calculator., No. 1, Vol. 17, 2008.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute; SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa de Lara. Pesquisa Documental: considerações sobre conceitos e características na pesquisa qualitativa. *In:* CONGRESSO IBERO-AMERICANO EM INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA, 4., SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO: INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA NA EDUCAÇÃO, 6., 2015, Aracaju. **Atas** [...] Aracaju: Universidade Tiradentes, 2015. v. 2, p. 243-247.

LONG, P. O. **Openness, Secrecy, Authorship**: technical arts and the culture of knowledge from antiquity to the Renaissance. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2001.

OUGHTRED, W. **The circles of proportion and the horizontal instrvment.** London: Augustine Mathewes, 1633.

ROSSI, P. **Os filósofos e as máquinas 1400-1700**. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e o uso de instrumentos "matemáticos do século XVI". *In:* SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA, 13., 2012, São Paulo. **Anais** [...] São Paulo: EACH/USP, 2012. p. 1099-1110.

SMITH, P. H. **The Body of Artisan:** Art and experience in the scientific revolution. Chicago/London: University of Chicago Press, 2003.

VAN DEN HOVEN, B. **Work in ancient and medieval thought**: ancient philosophers, medieval monks and theologians and their concept of work, occupations and technology. Amsterdam: J. C. Gieben, 1996.

_____. **Key of Mathematicks.** London: John Salusburn, 1694.

_____. **The circles of proportion and the horizontal instrvment.** London: W. Hall, 1660.

_____. **The circles of proportion and the horizontal instrvment.** London: Elias Allen, 1639.

_____. **The circles of proportion and the horizontal instrvment.** London: Elias Allen, 1632.

_____. **Trigonometrie**. London: Thomas Johnson, 1657.