O sistema lógico-filosófico de Jan Łukasiewicz: a lógica de múltiplos valores como base fundamental à inteligibilidade do contraditório e à impossibilidade da negação do princípio da não contradição

The logical-philosophical system of Jan Łukasiewicz: multi-value logic as fundamental basis to the intelligibility of the adversarial and the impossibility of the denial of the principle of non-contradiction

Luiz Augusto Lima de Ávila[1]

Resumo

A lógica formal não abarca extensivamente as lógicas multivalentes de Jan Lukasiewicz e, em razão disso, não basta, por si mesma, para explicar a racionalidade jurídica que não deve tomar por prescindível essa extensionalidade, pois, se trata de uma racionalidade que não integra o mundo objetivo, mas, sim, o mundo intersubjetivo, variável, contingente e plural, de modo que o acesso à realidade é mediado pela linguagem, em que o termo verdade só pode predicar as proposições e não a própria realidade. A "Linguística", a "Filosofia da Linguagem", a "Lógica" e a "Jurisprudência" dialogam com o objetivo de elucidar o quadro metodológico para a descrição lógico-formal-semântica da jurisprudência ou ciência do Direito, a partir de investigação das regras de predicação e intermediação (extensionalidade) dos conceitos jurídicos com vistas à determinação da necessidade por simplificação e da necessidade por hipótese na categorização do contingente ou do contraditório no imaginário jurídico-discursivo.

Palavras-chave: Linguística. Filosofia da Linguagem. Lógica Formal. Lógica Jurídica. Jurisprudência. Semântica. Predicação. Extensionalidade.

Abstract

Formal logic besides cannot to include extensively the multivalent Jan Lukasiewicz's logic. It's not sufficient by itself to explain the legal rationality because legal rationality doesn't integrate the objective world. It integrates an intersubjective, unchanged, contingent and plural world. So the access to reality is mediated by language. Therefore, the truth term can to predicate just true propositions, not the reality. Linguistic, Jurisprudence and Philosophy of language have been talking in order to elucidate the methodological framework for describing logical-formal-semantic enunciation of jurisprudence or law. From research rules predication and intermediation (extensionality) of legal concepts, we determine the necessity of simplification and hypotheses in the categorization of the contingent or of the contradictory in imaginary juridical-discoursive.

Key Words: Linguistic. Philosophy of language. Formal logical. Juridical logical. Jurisprudence. Semantic. Predication. Extensionality.

Artigo Recebido em: 16/06/2015 Aceito em: 13/07/2015.

[1] Doutor em Linguística e Língua Portuguesa pelo Programa de Pós-Graduação em Letras da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (2010). Professor Adjunto IV da Faculdade Mineira de Direito (FMD) e do Departamento de Ciências Humanas na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais desde 1998.
E-mail: luizavila@pucminas.br

1 O Positivismo Lógico do Círculo de Viena e o pensamento lógico-filosófico do Círculo de Varsóvia

Em *Elements of Mathematicical Logic* de Jan Lukasiewicz (1963), Jerzy Slupecki ressalta, no prefácio, o valor histórico referente às investigações desenvolvidas pelos lógicos polacos, em Varsóvia e em Lwow, no período correspondente ao final da Primeira Guerra Mundial e o início da Segunda Guerra Mundial. Já em *El Positivismo Lógico* A. J. Ayer (1965, p. 11-12) destaca a aliança entre o Círculo de Viena e os grupos de filósofos e lógicos polacos, entre eles: Kazimierz Twardowski, Ajdukiewicz, Stanislaw Lesniewski, Jan Lukasiewicz e Alfred Tarski.

Na segunda metade do século XX, as teorias metodológicas categorizadas de natureza positivista e que vicejam no complexo domínio das ciências sociais são objetos de inúmeros debates. O Positivismo, estratificado nos pressupostos de August Comte, demarca o centro das controvérsias no âmbito da epistemologia das ciências sociais ou, mais especificamente, no Positivismo Jurídico Prático de Theodor Viehweg e na insuficiência de uma ciência do Direito fundada na dicotomia entre criação e aplicação do Direito. Jean Piaget, em *A situação das ciências do homem no sistema das ciências* (1970, p. 14), sustenta uma posição oposta à de R. Jacobson que afirma não haver "qualquer hierarquia nas ciências do homem". Em conclusão, Piaget (1970) afirma que a linguística não deve ser tomada como "ciência-chave". Ele adverte que: "[...] como mostrou Chomsky, a linguagem está subordinada à inteligência ou à sua lógica e não o inverso, como julgava o positivismo contemporâneo". (PIAGET, 1970, p. 14), mais propriamente, por analogia, um positivismo prático linguístico.

E é a partir da dicotomia entre a linguagem como objeto da lógica e a lógica como objeto da linguagem que Stanislaw Lesniewski em *Formalization of logic and foundations of mathematics* (1967), Jan Lukasiewic, em *Elements of Mathematicical Logic* e *Aristotle´s Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic* (1963), e Alfred Tarski, em *A concepção Semântica da verdade* (2007), demarcam algumas questões suscitadas pelo empirismo lógico[2], pelo formalismo e pela semiótica, próprios de uma estrutura positivista,

[2] Neopositivismo (empirismo lógico ou positivismo lógico) é um termo essencialmente filosófico e estará presente, no início do século XX, na Filosofia da Linguagem que, por sua vez, influenciará a Ciência do Direito no século XX. O termo Positivismo pode se desdobrar no Positivismo de Augusto Comte e no Positivismo (neopositivismo ou empirismo lógico) que floresceu entre os membros do Círculo de Viena. São dessemelhantes, mas, em comum, marcadas pela oposição a especulação e a metafísica. O neopositivismo não constitui um novo positivismo e recebeu a designação de empirismo lógico para distingui-lo do empirismo clássico. E empirismo em razão da recusa a toda e qualquer forma de Metafísica oriunda da filosofia especulativa do racionalismo clássico. Os empiristas consideravam que o critério de significação das proposições era sua verificabilidade empírica.

para repensar a lógica Aristotélica. Nesse sentido, veja-se o comentário feito por Popper (1975, p.282):

> Eu afirmaria que uma das realizações não menos importantes de Alfred Tarski foi que, introduzindo duas idéias na lógica, ele de fato tornou uma coisa muitíssimo realista. A primeira é a idéia de Tarski (em parte antecipada por Bolzano) de que a consequência lógica é a transmissão da verdade. A segunda, diria eu, é a reabilitação da teoria de correspondência da verdade, a reabilitação da idéia de que a verdade é simplesmente a correspondência com os fatos.

Sobre o desenvolvimento da lógica, desde o advento das tórias não-euclidianas[3] datada do Século XIX, Rescher (1968, p. 1) afirma que:

> O eixo principal do desenvolvimento da lógica moderna, desde os dias pioneiros de Boole a Frege, tem mudado muito, decididamente, em direção aos interesses e aplicações matemáticas. E, de fato, a matemática continua até hoje a ocupar uma posição central no atual estado da lógica[4].
> […]
> No entanto, a continuação dessa longa tendência em matemática tem mascarado e obscurecido um aglomerado altamente significativo de desenvolvimento em lógica, de um mais recente surto de crescimento da lógica a partir de considerações filosóficas. Os últimos dez ou quinze anos sobretudo – embora houvesse, sem dúvida, empolgação anterior – se viu o florescimento e a aceleração do crescimento dos ramos da teoria lógica desenvolvida especificamente com essas aplicações filosóficas em mente.[5]

Assim, no desenvolvimento da lógica moderna podemos observar que são significativas a extensão, o escopo, a riqueza e a diversidade desta categoria, ou seja, segundo Rescher (1968, p. 8-9), podemos observar no *Philosophical Developments* um *Map of logic* marcado pela dessemelhança que pode ser representada no quadro abaixo:

1. Ethical Applications
- *a. logic of action*
- *b. deontic logic*
- *c. logic of commands*
- *d. logic of preference and choice*

3. Epistemological Applications
- *a. logic of questions*
- *b. epistemic logic*
- *c. logic supposition*
- *d. logic of information and information-processing*
- *e. inductive logic*

---

[3] Aqui vale lembrar que, segundo Sócrates, se o movimento é a causa de tudo o que devém e parece existir e o repouso como o não-ser ou a destruição, nenhuma coisa é em si mesma e que não há o que possa denominar com acerto ou dizer como é constituída. Assim, se qualificarmos como eterno o nexo entre o triângulo e a propriedade sua, a partir da geometria euclidiana, de ter a soma dos ângulos internos igual a soma dois ângulos retos, ou 180º, estaríamos negando a indução e a intuição para a busca e o alcance dos universais e, consequentemente, pela construção de novos nexos de juízo para juízo, de proposição para proposição, a realização do raciocínio ou silogismo.

[4] "The mainstream of the development of modern logic since the pioneering days from Boole to Frege has moved very decidedly in the direction of mathematical interests and applications. And, in fact, mathematics continues to the present day to occupy a central position on the logic stage". (RESCHER, 1968, p. 1).

[5] "However, the continuing of this long-standing mathematical tendency has masked and obscured a highly significant cluster of developments in logic of a more recent spurt of growth of logic in directions bearing on philosophical considerations. The last ten or fifteen years especially – though there were, to be sure, earlier stirrings – have seen the flourishing and accelerating growth of branches of logical theory developed specifically with such philosophical applications en mind". (RESCHER, 1968, p. 1).

2. Metaphysical Applications
a. logic of existence
b. chronological logic
c. logic of part/whole
d. Lesniewski´s ´ontilogy´
e. constructivistic logic
f. ontology

4. Inductive Logic
a. logic of evidence and confirmation, acceptance
b. probabilistic logic

No entanto, nem todas essas denominações, designadas ou nominadas lógicas, correspondem, necessariamente, a sistemas lógicos formais e algumas formas são apenas aplicações de outros sistemas lógicos.[6]

Assim, é singular o fato de que os abades Constantin Michalski e J. Salamucha, o Padre I. Bochenski, O. P. e Jean Drewnowski, todos pensadores ligados ao Círculo Tomista da Cracóvia[7], avaliando a importância da lógica matemática, passaram a estudá-la e aplicá-la em suas indagações e estudos filosóficos, derrubando, destarte, a tese de que a lógica matemática não poderia prescindir de uma postura crítica identificável com o empirismo lógico ou neo-positivismo.

Kazimierz Twardowski inspirador e orientador de Stanislaw Lesniewski e Jan Lukasiewicz é considerado o *The father of Polish philosophy* e, segundo Eugene C. Luschei, Stanislaw Lesniewski e Jan Lukasiewicz

> Foram profundamente influenciados, não tanto pelas opiniões de Twardowski como pela sua insistência no rigor e clareza solidamente fundamentadas na história da filosofia e nas tradições da lógica, com base na análise e na definição precisa que herdou de Brentano e transmitiu a eles. Na manutenção desta herança comum em suas diferentes formas, eles foram inicialmente influenciados pelo ataque de Frege e Husserl ao psicologismo na lógica e pelo trabalho pioneiro de Frege, Whitehead e Russell.[8] (LUSCHEI, 1962, p. 18-19).

[6] O papel desempenhado pelo Positivismo lógico do Círculo de Viena, concernentes aos procedimentos metodológicos e sob o título de Filosofia Analítica, caracteriza inúmeras posições epistemológicas a partir da segunda metade do século XX. A expressão Positivismo lógico ou Filosofia analítica insere-se na perspectiva do neo-positivismo de Viena, ou seja, independente das tendências de anti-formalismo linguístico, de anti-formalismo psicológico ou formalismo, este movimento tem um caráter anti-especulativo. “Trata-se da resoluta oposição a toda "especulação" e a toda "metafísica" e, portanto, a grande parte da filosofia, e especificamente da filosofia alemã (ou em língua alemã) da época. Dentro das tendências especulativas figuravam não somente o idealismo com também diversas correntes filosófica que procuravam distinguir ciências naturais e ciências culturais ou ciências naturais de ciências do espírito. Contra todos os descarrilamentos filosóficos, os fundadores do Círculo de Viena aspiraram a construir uma filosofia científica e, especialmente, como indicou Otto Neurath (Le devéloppment Du Cercle de Vienne etc., p. 11), a constituição de ´uma linguagem científica que, evitando todo pseudo-problema, permitirá enunciar prognoses e formular as condições de seu controle por meio de enunciados de observação`.” (MORA. Dicionário de Filosofia. p. 3019).

[7] O pensamento filosófico polonês contemporâneo é fruto de uma intensa atividade preparatória desenvolvida nos centros de Krakow, Lwow e Warszawa, e Poznam.

[8] “were deeply influenced, not so much by Twardowski´s philosophical opinions as by his insistence on rigor and clarity, solidly grounded in history of philosophy and logical traditions, and based on precise definition and analysis, which he inherited from Brentano and passed on to them. Maintaining this commom inheritance in their divergent ways, they were early influenced by Frege´s and Husserl´s attack on psychologism in logic and by the pioneer work of Frege, Whitehead, and Russell”. (LUSCHEI, 1962, p. 18-19)

O lógico polonês Stanislaw Lesniewski, a partir de Frege, Whitehead e Russell, desenvolve um sistema completo de lógica formalizada, mas isso não significa que Lesniewski tenha aderido a um puro formalismo sintático, pois, rejeita tanto o realismo platônico quanto a pretensão de construir cálculos inteiramente dependentes de toda interpretação semântica. Lesniewski, do ponto de vista ontológico e ainda não Lesniewskiano, inclinando-se a um nominalismo moderado, adota um ponto de vista contextualista que consiste, essencialmente, em fazer os significados dados às expressões depender do contexto ou contextos nos quais elas aparecem. E esses contextos não são arbitrários, de modo que Lesniewski se opôs a todo ficcionalismo e pragmatismo tanto na fundamentação da matemática, como na conceitualização científica.

A relação entre pontos de vista no trabalho de Lesniewski sobre o mundo e o tratamento da linguagem que é usado para representar esse mundo é que dá ao trabalho de Lesniewski a relevância para um interesse permanente e sempre atual. Mais especificamente, o que é relevante é o modo que Lesniewski considera os sistemas formais e a forma que ele utiliza os sistemas lógicos formais para expressar suas opiniões filosóficas. A logicidade dos sistemas lógicos formais, muitas vezes, trata a língua ordinária isoladamente da sua função, como se a língua mesma consistisse inteiramente de marcas e sons. Não é possível compreender a relação de uma proposição para outra ou a validade das leis lógicas, salvo se tivermos em conta o uso significativo da língua. Daí, a peculiaridade de uma notação quase aritmética para a descrição sintática corresponde à possibilidade de se descrever aspectos computacionais da sintaxe. A notação quase aritmética para a descrição sintática torna aplicáveis as *Teorias Gramaticais baseadas em Formalismos Lógicos e Matemáticos*, em razão de uma interpretação das relações sintáticas em termos de funções e argumentos e não ao redor da estrutura de constituintes sintagmáticos.

As *Teorias Gramaticais baseadas em Formalismos Lógicos e Matemáticos* estabelecem um homomorfismo entre a sintaxe e a interpretação semântica dos elementos constituintes da sentença. Este homomorfismo faz com que as regras de uma *Teoria Gramatical baseada em Formalismos Lógicos e Matemáticos*, que geram estruturas sintáticas, sejam regras interpretadas, isto é, para cada regra da gramática que gera uma sequência aleatória de símbolos que corresponde a uma interpretação semântica, o que significa que as estruturas sintáticas gramaticais da linguagem gerada não são apenas simbólicas, mas são combinações de significado.

Sobre esta relação entre sintaxe e semântica, temos que £ *pode ser usado para caçar leões: escreve-se o nome do leão em um pedaço de papel e £ é logo aplicado, se assegurando de que o papel esteja dentro de uma jaula*. Esta é uma descrição exagerada de homomorfismo entre sintaxe e semântica para uma *Teoria Gramatical baseada em Formalismos Lógicos e Matemáticos*, além do evidente sentido de humor com que é feita, certamente corresponde com o fato de a relação entre as gramáticas nessas cadeias de símbolos e sua referência decorre da própria concepção das categorias.

Inicialmente, a análise categorial da linguagem é devido a Aristóteles, que foi o primeiro a usar o termo categoria, no sentido técnico do termo na linguística. No *Tratado sobre as Categorias* (1985, v. I), Aristóteles afirma um total de dez categorias diferentes[9], além de uma classe especial de termos que ele chama de sincategoremáticos[10], entre os quais as conjunções, preposições e advérbios, que acompanham as categorias, mas não pertencem, eles mesmos, a nenhuma categoria, senão à referida classe de termos sincategoremáticos.

As categorias aristotélicas são interpretadas de três modos distintos, embora implicados entre si, ou seja: ontologicamente, como o modo de ser; epistemologicamente, como o modo de saber; e, logicamente, como o modo de significação. A interpretação lógica é fundamental para compreensão do porquê as categorias são essenciais para a análise da linguagem que Aristóteles faz em *Da Interpretação* (1985, v. II),, e tudo como a base à sua teoria da argumentação. O silogismo categórico é proposto por Aristóteles como um método para determinar quais as conclusões estão corretas em cada caso a partir de um local determinado, razão pela qual a categorização aristotélica segue uma abordagem semântica e não um critério morfossintático.

Destacamos, em Lesniewski (1967), os três sistemas dedutivos elaborados com o auxílio da técnica axiomática, ou seja, a *prototética*, a *ontologia* e a *mereologia*, e sob o título *Formalization of logic and foundations of mathematics*, Luschei (1962, p. 21) afirma que:

> Formadas as regras de definição, o mais abrangente e rigorosa como suas outras diretivas, Lesniewski formalizou o seu sistema completo, combinatório, sobre uma base finita e em termos extensionais. Além disso, é distinguido pelo seu construtivismo nominalista e caráter contextualista; sua gramática básica das categorias semânticas; seu rigor, generalidade e poder de expressão; a sua demonstração de consistência relativa; a sua validade universal; e, sua pureza lógica, economia e elegância. Isto é constituído por três sistemas dedutivos axiomáticos em

[9] Aristóteles (1985, p. 41-42) afirma em “Categorias” que: “As palavras sem combinação umas com as outras significam por si mesmas uma das seguintes coisas: o que (a substância), o quanto (quantidade), o como (qualidade), com que se relaciona (relação), onde está (lugar), quando (tempo), como está (estado), em que circunstância (hábito), actividade (acção) e passividade (paixão)”.

[10] Ou, ainda segundo Aristóteles (1985, p. 103), casos do nome, como podemos observar em *da interpretação* ou "Periérmeneias”.

> ordem hierárquica: prototética, ontologia e mereologia – etimologicamente, proto-teses, teoria do ser e a teoria das partes, respectivamente.[11]

Na concepção de gramática lógica pura, de Husserl, existem categorias que formam uma base para a aplicação de outras categorias como a categoria ou classe dos operadores. O resultado desta aplicação torna-se, por sua vez uma nova base para outras aplicações. E é a partir dessa gramática lógica pura de Husserl que se dá a distinção entre as categorias de base e categorias funcionais estabelecidas pela escola polonesa do Círculo Varsóvia.

Para Lesniewski (1967), diferente de uma concepção de linguagem formal e lógica, um cálculo dedutivo sem uma interpretação *ontológica*, após a linguagem formal, não tem nenhum valor. Os significados das expressões de linguagem são essenciais para estabelecer as regras de cálculo dedutivo, em função não só de sua própria extensão como símbolos, mas, também, dos contextos em que aparecem.

Lesniewski (1967) estabeleceu um sistema composto de três teorias axiomáticas: o prototética, ontologia e Mereology. Cada uma destas três teorias se fundamenta na anterior, de modo que é a prototética é a mais básica. Esta consiste em uma lógica proposicional que pode ser entendida como uma gramática de categorias semânticas, ou seja, é uma lógica proposicional, indefinidamente extensível, de constantes e variáveis de todos os tipos semânticos possíveis e um sistema de funções conectivas por meio do qual se criam outros conectivos. A Ontologia, por sua vez, é uma lógica de nomes, de verbos e de expressões funcionais nominais e verbais de extensões complexas que são obtidas por uma combinação simples. E, finalmente, a Mereology, também denominada *"um cálculo de individualidades"*, é uma teoria de conjuntos e partes e as possíveis relações que ocorrem em geral entre ambos, de modo que, a *mereologia* trata de conjuntos e de classes tratados como individualidades formadas por seus elementos constitutivos.

Para uma exata compreensão do termo funcional, consideremos, inicialmente, a como um nome e Fa, equivalente a $(\exists x)\ (a{=}x \wedge Fx)$, como qualquer sentença que o contenha. E se não é necessário ocorrer a senão no contexto de $a{=}$, então, reduzimos $a{=}$ a um predicado A, abandonando o nome a. Assim, Fa, equivalente a $(\exists x)\ (Ax \wedge Fx)$, corresponde a uma situação em que o predicado A é verdadeiro unicamente para a. No entanto, A nos priva da unicidade

[11] "Prescribind rules of definition as comprehensive and rigorous as his other directives, Lesniewski formalized his system completely, combinatorially on a finite basis, and in extensional terms. It is further distinguished by its ´constructively nominalist` and ´contextualist` character; its basic grammar of semantic categories; its rigor, generality and power of expression; its demonstrable relative consistency; its universal validity; and its logical purity, economy, and elegance. It consists of three axiomatic deductive systems in hierarchic order: protothetic, ontology and mereology – etymologically, proto-theses, theory of being, and theory of parts, respectively". (LUSCHEI, 196, p. 21).

que o *a* (nome) propicia, pois, a princípio, *a* (nome) se aplica somente a um objeto, contrário ao predicado *A* que não abarca a referida condição. A notação sem os nomes refere-se ainda a *a* e a outros objetos. Mas, desde que estipulemos através de novas sentenças que *A* é verdadeiro apenas para um único e determinado objeto:

$$(\exists x)\ Ax, \qquad \neg (\exists x)\ (\exists y)\ [Ax \wedge Ay \wedge \neg (x \neg y)]$$

Além dos nomes, dos quantificadores e dos sinais das funções-verdade, temos, ainda, outros elementos funcionais, que representam a pretensão de um termo singular e o objetivo de afirmar um termo singular ou uma redundância, pois, podem ser eliminados a favor dos predicados apropriados, por extensão do método de eliminação dos nomes. São exemplos de elementos duncionais: o *círculo de* ou *pai de* (função de um lugar); com + une dois termos singulares para afirma um termo singular (função de dois lugares); e assim por diante com três ou mais lugares. Assim, os elementos funcionais geram complexos termos singulares e, juntamente com os nomes, pertencem a uma única categoria – a categoria dos termos singulares distinta da categoria das variáveis. Os complexos termos singulares podem conter variáveis, pois, o que coloca a própria variável à parte, relativamente a esses termos, é a sua ocorrência nos quantificadores.

Deste modo, Lesniewski (1967) introduziu uma teoria de categorias semânticas para certas razões lógico-filosóficas, sob o impacto de *Bedeutungskategorien*[12] de Husserl, por um lado, e da *Teoria dos Tipos Lógicos*[13] de Bertrand Russell, por outro.

De acordo com Lesniewski (1967), há uma categoria básica e uma categoria funcional, que têm o seguinte desdobramento: sentenças e nomes como duas categorias básicas; todas as outras categorias são categorias funcionais.

[12] Teoria das categorias de significados de Husserl: A dessemelhança entre expressões significando forma e expressões significando matéria, dada a sentença *(1) Esta casa é verde*, observamos que os termos "Esta" e "é" não têm um significado independente, pois, são expressões *syncategorematic*, isto é, expressões que são significativas somente após a composição com outros termos ou expressões. Para Husserl, as expressões *syncategorematic* significam formas, distintas das expressões casa ou verde que significam matéria. Discernindo a forma subjacente da forma proposicional *(2) This S is p*, observamos que cada forma associada a uma regra de conexão do significado determina a que categoria do significado as expressões substituídas pelas variáveis da forma devem pertencer, ou seja, segundo Husserl, cada forma primitiva adere a alguma regra a priori que indica que cada conexão do significado que obedece essa forma causa eficazmente um significado unitário. No exemplo (2), a regra de conexão do significado indica que qualquer matéria nominal pode ser substituída por "S" e qualquer matéria adjetiva pode ser substituída por "p", mas, se em uma forma se violasse a regra da conexão do significado, substituindo as variáveis por termos que pertencesse a categorias impróprias, a expressão resultante seria uma expressão sem significado ou um disparate. Isto acontece, por exemplo, se em (2) nós substituirmos para *Spor* descuidado e p por verde (que é apropriado). (CASADIO. 1988)

[13] A *Teoria dos Tipos Lógicos* descreve a relação entre os diferentes grupos e/ou sistemas e permite, consequentemente, que um se desloque de um conjunto de regras para o outro, ou seja, a Teoria dos Tipos Lógicos fornece o quadro para a compreensão da metamorfose de um nível lógico para outro.

O sistema de Lesniewski dá forma a uma hierarquia ascendente e ramificada das categorias funcionais que são caracterizadas em duas maneiras: pelo número e pelas categorias semânticas dos argumentos; e pela categoria semântica do conjunto formado pela expressão funcionais juntamente com os seus argumentos.

Em 1935, Kazimierz Ajdukiewicz publicou uma reformulação da gramática de categorias semânticas de Lesniewski com a intenção de que as conexões sintáticas da linguagem reflitam uma forma mais adequada. Ajdukiewicz citado por Lesniewski (1967) pretende propor regras para determinar quando uma expressão linguística está bem formada, seja em uma linguagem formal ou em uma linguagem ordinária; embora a maior complexidade da linguagem ordinária seja um incentivo para uma investigação mais categórica. Os sistemas de regras semânticas de Ajdukiewicz afetam uma e outra linguagem de forma geral, embora os traços distintivos da linguagem ordinária frente à linguagem formal e, mesmo em comparação com os outros, eles não são inter-traduzíveis univocamente, mas há geralmente várias traduções possíveis de uma expressão da linguagem em termos categóricos, o que em última análise, depende de questões empíricas, não lógicas.

Ajdukiewicz, citado por Lesniewski (1967), propõe uma análise categórica das linguagens formais a partir de duas categorias básicas: *n* para as expressões de linguagem que designam indivíduos e *s* para as que designam proposições. A partir delas podemos estabelecer funcionalmente as categorias de outras expressões de linguagem e das regras de combinação entre elas. Essas categorias funcionais são influenciadas por sua origem na análise da linguagem na lógica de predicados em notação polonesa. O interessante é que pela primeira vez temos um cálculo baseado nas propriedades semânticas dos elementos que constituem uma linguagem, que é uma perspectiva completamente nova de investigação lógica.

Ajdukiewicz adicionou ao sistema de Lesniewski uma indexação às categorias semânticas, ou seja, às categorias básicas de nomes e de sentenças atribuiu os índices *n* e *s* respectivamente. Às categorias funcionais atribuiu-se um índice fracionário que consiste em um numerador e em um denumerador. O primeiro é o índice da categoria semântica do valor funcional para seus argumentos. O último é uma sequência que consiste nos índices das categorias semânticas dos argumentos.

As categorias de Ajdukiewicz são em número limitado e selecionadas de modo que correspondam à linguagem de um Sistema Lógico Formal. Ele observa que o número das categorias na língua ordinária é muito maior e que há categorias que têm uma flutuação no significado, o que torna o projeto de um sistema muito mais complexo. Entretanto, ele lembra que em casos simples e favoráveis, entretanto, o instrumento do índice citado acima será bastante apropriado para o uso linguístico.

Mas, o que e quais são as condições necessárias e suficientes para que uma expressão tenha o significado unitário? A condição necessária para que a expressão seja articulada completamente. Isto significa, em primeiro lugar, que a expressão pode ser dividida em um elemento funcional principal e os seus argumentos. Ajdukiewicz está bem ciente de que, na língua ordinária, a ordem dos argumentos no elementos funcional principal não é a mesma que a sua ordenação sequencial. Em segundo lugar, tem que se certificar que cada argumento também está em análise em um elementos funcional principal e seus argumentos, e assim por diante. Mas, a língua ordinária admite, frequentemente, expressões elípticas de modo que, às vezes, uma expressão composta significa que não pode ser bem articulada ou articulada completamente na única base de palavras contidas explicitamente nela. No entanto, uma boa articulação total pode ser facilmente criada através da introdução das palavras omitidas e implícitas. A condição suficiente é que, após a divisão em *funcionais* e argumentos, deve haver um ajuste perfeito entre o número de argumentos exigidos por cada elemento funcional e seus argumentos reais que, além disso, devem pertencer às categorias apropriadas. Uma expressão que cumpre o necessário, a condição para que tenha um significado unitário, é conectada sintaticamente. A combinação dos argumentos dos elementos funcionais com as categorias semânticas dos elementos funcionais é verificada mecanicamente por um algoritmo descrito no exemplo que se segue abaixo. A condição suficiente é encontrada se o resultado deste procedimento for um simples índice.

Ajdukiewicz citado por Lesniewski (1963 dá a seguinte sentença do Sistema Lógico Formal, na qual se escreve abaixo de cada um de seus símbolos o índice de sua categoria:

$$\begin{array}{ccccc} \boldsymbol{(p} & \vee & \boldsymbol{p)} & \rightarrow & \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{s} & \boldsymbol{f} & \boldsymbol{s} & \boldsymbol{f} & \boldsymbol{s} \end{array}$$

Em seguida, as partes da expressão são organizadas em um *functor* principal e seus argumentos:

$$\begin{array}{ccccc} \rightarrow, & \boldsymbol{p} & \vee & \boldsymbol{p,} & \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{f} & \boldsymbol{s} & \boldsymbol{f} & \boldsymbol{s} & \boldsymbol{s} \end{array}$$

É aplicável o mesmo procedimento para qualquer sub-expressão ou expressão secundária que ainda possa ser decomposta em um *functor* principal e em seus argumentos:

$\rightarrow,\quad \vee,\quad p,\quad p,\quad p$
$\boldsymbol{f}\quad \boldsymbol{f}\quad \boldsymbol{s}\quad \boldsymbol{s}\quad \boldsymbol{s}$

Separamos, em seguida, a sequência dos índices da expressão:

f ***f*** ***s*** ***s*** ***s***

Na sequência obtida, a partir da esquerda para a direita, tentamos encontrar uma combinação de índices, de modo que temos um índice fracionado seguido imediatamente por uma sequência de índices que ocorrem no denominador do índice fracionado. Nós cancelamos a sequência (se existirem vários, nós cancelamos o primeiro), e substituímo-la pelo numerador do índice fracionado. No exemplo, a combinação que nós estamos procurando consiste no segundo, terceiro e quarto membro da sequência.

O resultado é: ***f*** ***s s***

Aplicamos a operação somente uma vez, ou seja, não aplicamos a operação mais de uma vez, e chegamos a *s*.

Este último índice *f ss* é o expoente da expressão. Uma vez que é simples (e não fracionado), e todas as outras condições tiverem sido preenchidas, nossa sentença inicial é conectada sintaticamente.

E, assim, considerando a linguagem matemática, um sistema de lógica formalizada, dessemelhante, ou mesmo oposta, à linguagem ordinária, em razão do número de categorias e da flutuação de significados de cada categoria, é que Jan Lukasiewicz escrutou o Organon em Aristotle´s syllogistic e, com o objetivo de demarcar o genuíno silogismo aristotélico, disserta sobre o silogismo implicacional e sobre o silogismo modal do estagirita.

Lukasiewicz (1970) esclarece que o silogismo aristotélico é implicacional (condicional ou implicação material), ao passo que o silogismo tradicional, inclusive aquele utilizado pelos lógicos da escolástica, é do tipo inferencial (esquema dedutivo), como representado na tabela abaixo:

Forma Implicacional
Se X e Y então Z

Forma Inferencial
X
Ora Y
Logo Z

Na forma implicacional ou condicional podemos associar proposições e, consequentemente, valores lógicos (verdadeiro ou falso). Já, na forma inferencial, que é um esquema dedutivo, podemos associar um argumento (consequência), mas não valores lógicos e, neste caso, o atributo que pode predicar é o da validade ou não validade do argumento.

Lukasiewicz (1970) apresenta um sistema de silogismos não-modais correspondentes às teses de Aristóteles, concomitantemente, às exigências da lógica formal moderna, ou seja, o caráter estritamente formalístico da lógica contemporânea determina, consequentemente, o abandono da linguagem ordinária e suas regras gramaticais, em favor do cálculo.

Para Alfred Tarski, em *The Semantic Conception of Truth: and the Foundations of Semantics. Philosophy and Phenomenological Research* (2007), a concepção do conceito expresso pela palavra *verdade* refere-se a sistemas lógicos formalizados de ordem finita ou infinita e a concepção proposta envolve uma técnica aplicável também a outros conceitos semânticos, na medida em que, para cada conceito, é possível associar um corpo de enunciados sob a forma de equivalências (definições parciais). Assim, não alcançamos uma concepção geral da verdade, mas, apenas formulamos uma definição parcial ou particular.

Nas investigações de Alfred Tarski encontramos o elo, a conexão entre os pensadores aqui apontados; mais especificamente, nas investigações de Kazimierz Twardowski, Stanislaw Lesniewski, Jan Lukasiewicz e Alfred Tarski encontramos a possibilidade de tomar conhecimento da história do movimento neo-positivista e chamar atenção para os equívocos e perigos decorrentes de uma linha doutrinária que se caracteriza pelo abandono da metafísica. Mais especificamente, nos deparamos com a necessidade de um autêntico exame crítico da Filosofia analítica, único caminho para a superação do fascínio provocado pela forma científica de que esta corrente se reverte, pois, dessemelhante de uma precisão conceitual, fundamentação rigorosa das teses e respeito à história, é a composição de uma linguagem científica que, análogo ao que ocorria nas ciências positivas, evita todo pseudo-problema (toda especulação e toda metafísica) ao formular as condições de seu controle por meio de enunciados de observação que são concernentes aos procedimentos metodológicos (Filosofia Analítica).

2 O Sistema lógico-filosófico de Jan Lukasiewicz: a lógica de três valores e a lógica de muitos valores

Lukasiewicz (1970) propõe, para lógica proposicional, uma notação lógica não ambígua o suficiente para permitir a eliminação de parênteses e outros sinais usados para determinar o escopo dos conectivos lógicos.

Assim, se *"p"* e *"q"* são variáveis sentenciais, Jan Lukasiewicz busca representá-las simbolicamente a partir de um princípio, ou seja:

> A função Cpq é uma sentença condicional (incidência) com o "p" antecedente e o "q" conseqüente; Isto é lido "se p, então q". O functor C é escrito antes do antecedente p e do conseqüente q na seqüência da implicação. Em inglês, o functor C tem o seu homólogo em duas palavras, "if" (se) e "then" (então). Neste sentido, também, o grego e o Latim aproximam da notação que temos adotado, pois, nessas línguas, o símbolo da sentença condicional constituído de uma palavra e permanece no início da sentença condicional. Em nosso simbolismo lógico, os functors devem ser escritos no início da função em questão.[14] (LUKASIEWIZ, 1963, p. 24).

De modo que, *"N"* e *"C"* são sinais primitivos do sistema de cálculo sentencial elaborado por Jan Lukasiewicz e para os demais sinais que denotam os conetivos sentenciais, temos a seguinte simbologia[15] abaixo:

Negação ¬ (não)	***não-p***	***Np***	**----------------**
Conjunção ∧ (e)	***p e q***	***Kpq***	***NCpNq***
Soma Lógica ∨ (e/ou)	***p ou q***	***Apq***	***CNpq***
Condicional → (se,então)	***se p então q***	***Cpq***	**----------------**
Bi-condicional ↔ (se,somente se)	***p se e somente se***	***Epq***	***NCCpqNCqp*** ***ou*** ***CCNpqNCpNq***
Disjuntiva ⊻ (ou)	***p ou q***	***Jpq***	***CCpqNCqp*** ***ou*** ***NCCNpqNCpNq***
Negação Conjunta p↓q	***p neg. conjunta q***	***Xpq***	
Negação Alternada p↑q	***p incompatível q***	***Dpq***	***CpNq***

[14] The function Cpq is a conditional sentence (implication) with the antecedent p and the consequent q; it is read ´if p, then q`. The functor C is written before the antecedent p and the consequent q of the implication, In English, the functor C has its counterpart in two words, ´if`and ´then`. In that respect, too, both Greek and Latin come closer to the notation we have adopted, for in those languages the symbol of the condition sentence consist of one word and stands at the beginning of the conditional sentence. In our logical symbolism we shall always write functors at the beginning of the functions in question. (LUKASIEWIZ, 1963, p. 24).

[15] Quadro comparativo dos símbolos usados em Lógica:

Designação	**Peano-Russell**	**Hilbert**	**Notação Polonesa**	**Enciclopédia**	**Variantes**
Negação	~	–	**N**	¬	
Conjunção	•	&	**K**	∧	
Disjunção Inclusiva	∨	∨	**A**	∨	
Disjunção Exclusiva			**J**	⊻	
Condicional	⊃	→	**C**	→	⇒
Bicondicional	≅	~	**E**	↔	⇔
Negação Alternada			**D**	↑	|
Negação Conjunta			**X**	↓	
Quantificador Universal	**(x)**	**(x)**	**Π**	**∀x**	**Λx, (∀x)**
Quantificador existencial	**(∃x)**	**(Ex)**	**Σ**	∃	**Vx**

Mais especificamente, na tabela que corresponde a "*Conjunção* $\wedge$ *(e)*", $\boldsymbol{p \wedge q}$ ou ***Kpq*** é, com o mesmo significado, correspondente a $\boldsymbol{\neg (p \rightarrow \neg q)}$ ou ***NCpNq***, como podemos observar pela sequencia de valores a eles atribuídos. Do mesmo modo, na tabela correspondente a "*Soma Lógica (Disjunção includente)* $\vee$ *(e/ou)*", $\boldsymbol{p \vee q}$ ou ***Apq*** é, com o mesmo significado, correspondente a $\boldsymbol{\neg p \rightarrow q}$ ou ***CNpq***, como podemos observar pela sequência de valores a eles atribuídos nas tabelas abaixo:

Kpq	***NCpNq***	***Apq***	***CNpq***
$\boldsymbol{p \wedge q}$	$\boldsymbol{\neg (p \rightarrow \neg q)}$	$\boldsymbol{p \vee q}$	$\boldsymbol{\neg p \rightarrow q}$
V ou 1	*V ou 1*	*V ou 1*	*V ou 1*
F ou 0	*F ou 0*	*V ou 1*	*V ou 1*
F ou 0	*F ou 0*	*V ou 1*	*V ou 1*
F ou 0	*F ou 0*	*F ou 0*	*F ou 0*

Na tabela que corresponde a "*Biondicional* $\leftrightarrow$ *(se, somente se)*", $\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$ ou ***Epq*** é, com o mesmo significado, correspondente a $\boldsymbol{\neg [(p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p)]}$ ou ***NCCpqNCqp***, bem como a $\boldsymbol{(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg (p \rightarrow \neg q)}$ ou ***CCNpqNCpNq***, como podemos observar pela sequência de valores a eles atribuídos e no desenvolvimento descrito abaixo:

Epq	***NCCpqNCqp***	***CCNpqNCpNq***
$\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$	$\boldsymbol{\neg [(p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p)]}$	$\boldsymbol{(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg (p \rightarrow \neg q)}$
V ou 1	*V ou 1*	*V ou 1*
F ou 0	*F ou 0*	*F ou 0*
F ou 0	*F ou 0*	*F ou 0*
V ou 1	*V ou 1*	*V ou 1*

Desenvolvimento

Cpq	***Cqp***	***NCqp***	***CCpqNCqp***	***NCCpqNCqp***
$\boldsymbol{p \rightarrow q}$	$\boldsymbol{(q \rightarrow p)}$	$\boldsymbol{\neg (q \rightarrow p)}$	$\boldsymbol{(p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p)}$	$\boldsymbol{(p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p)}$
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*	*F ou 0*	*V ou 1*
F ou 0	*V ou 1*	*F ou 0*	*V ou 1*	*F ou 0*
V ou 1	*F ou 0*	*V ou 1*	*V ou 1*	*F ou 0*
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*	*F ou 0*	*V ou 1*

Na conjunção *"KCpqCqp"* substituirmos *"Cpq"* por *"p"* e *"Cqp"* por *"q"* e obtemos a equivalência como uma expressão que define *"Epq"* que tem o mesmo significado de *"NCCpqNCqp"*. E podemos obter, ainda, correspondência com *"CCNpqNCpNq"*, como demonstramos abaixo:

CNpq	***CpNq***	***NCpNq***	***CCNpqNCpNq***
$\neg p \rightarrow q$	$p \rightarrow \neg q$	$\neg (p \rightarrow \neg q)$	$(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg (p \rightarrow \neg q)$
V ou 1	*F ou 0*	*V ou 1*	*V ou 1*
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*	*F ou 0*
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*	*F ou 0*
F ou 0	*V ou 1*	*F ou 0*	*V ou 1*

E na tabela que corresponde a "*Disjunção excludente* $\underline{\vee}$ *(ou)"*, $p \underline{\vee} q$ ou ***Jpq*** é, com o mesmo significado, correspondente a $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p)$ ou ***CCpqNCqp***, bem como a $\neg [(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg (p \rightarrow \neg q)]$ ou ***NCCNpqNCpNq***, como podemos observar pela seqüência de valores a eles atribuídos e no desenvolvimento descrito abaixo:

Jpq	***CCpqNCqp***	***NCCNpqNCpNq***
$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p)$	$\neg [(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg (p \rightarrow \neg q)]$
F ou 0	*F ou 0*	*F ou 0*
V ou 1	*V ou 1*	*V ou 1*
V ou 1	*V ou 1*	*V ou 1*
F ou 0	*F ou 0*	*F ou 0*

Desenvolvimento

Cpq	***Cqp***	***NCqp***	***CCpqNCqp***
$p \rightarrow q$	$(q \rightarrow p)$	$\neg (q \rightarrow p)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p)$
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*	*F ou 0*
F ou 0	*V ou 1*	*F ou 0*	*V ou 1*
V ou 1	*F ou 0*	*V ou 1*	*V ou 1*
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*	*F ou 0*

Na disjunção excludente *"JCpqCqp"* substituirmos *"Cpq"* por *"p"* e *"Cqp"* por *"q"* e obtemos a equivalência como uma expressão que define *"Jpq"* que tem o mesmo significado de *"CCpqNCqp"*. E podemos obter, ainda, correspondência com *"NCCNpqNCpNq"*, como demonstramos abaixo:

CNpq	***CpNq***	***NCpNq***
$\neg p \rightarrow q$	$p \rightarrow \neg q$	$\neg (p \rightarrow \neg q)$
V ou 1	*F ou 0*	*V ou 1*
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*
V ou 1	*V ou 1*	*F ou 0*
F ou 0	*V ou 1*	*F ou 0*

CCNpqNCpNq	**NCCNpqNCpNq**
$(\neg p \to q) \to \neg (p \to \neg q)$	$\neg [(\neg p \to q) \to \neg (p \to \neg q)]$
V ou 1	*F ou 0*
F ou 0	*V ou 1*
F ou 0	*V ou 1*
V ou 1	*F ou 0*

Relativamente à notação lógica de Jan Lukasiewicz, destacamos a dispensa dos sinais auxiliares em razão do simbolismo adotado, como podemos observar no quadro abaixo:

$[(p \to q) \wedge p] \to q$	***CKCpqpq***
$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$	***CKCpqCqrCpr***
$\neg [p \wedge (q \vee \neg p)]$	***NKpAqNp***
$\neg [p \wedge \neg p)]$	***NKpNp***

A notação lógica $\neg [p \wedge \neg p)]$ ou ***NKpNp*** pode ser descrita como *"a negação de uma conjunção cujo multiplicando é "p" e cujo multiplicador é a negação de "p"*."

Destacamos, ainda, a relação estreita entre a notação lógica de Lukasiewicz e a estrutura de árvore que comporta, inicialmente, a definição recursiva de fórmula, ou seja, as variáveis sentenciais são fórmulas; se *"p"* é uma fórmula, então *"Np"* é uma fórmula; e, se *"p"* e *"q"* são fórmulas, então *"Apq"*, *"Kpq"*, *"Cpq"*, *"Epq"* e *"Dpq"* são fórmulas. Para tanto, introduzimos as expressões *"C"*, *"W"*, *"P"*, *"F"* e os parênteses angulados que encerram uma estrutura que serve de base (frame) para qualquer linguagem *"L"*.

Mais especificamente, temos que o componente *"C"* denota um conjunto finito não vazio de sinais ou caracteres de *"L"* e o componente *"W"* denota uma função que associa a cada elemento de *"C"* um peso integral ou rango *(r)*. E considerando os sinais do vocabulário primitivo:

"N" (functor monádico "não");
"K" (functor diádico "e");
"A" (functor diádico "ou");
as letras "p", "q", "r" (denotando variáveis sentenciais);
as constantes "1" e "0" (valores-verdades)

e os sinais integrantes do vocabulário primitivo de *"C"* se associam, dada a função *"W"*, aos valores como demonstrado abaixo:

o functor "N" tem rango ou peso zero, isto é, r(N) = 0 ou W(N) = 0;
os operadores binários têm rango "-1", isto é, r(K) = -1 e r(A) = -1;
as variáveis sentenciais têm rango 1;

as constantes "1" e "0" (valores lógicos) têm também peso 1.

Assim, se *"X"* é uma fórmula, o peso de *"X"* ou *r(X)* é a soma dos rangos (peso de uma fórmula), ou seja, dos sinais ou elementos componentes da esquerda para a direita. Por exemplo:

X = NKNpApr

N	***K***	***N***	***p***	***A***	***p***	***r***	
0	*-1*	*0*	*1*	*-1*	*1*	*1*	***rangos (r)***
1	*1*	*2*	*2*	*1*	*2*	*1*	***soma dos rangos (r)***

Examinando o quadro acima observamos que: em que L(X) temos 7 (sete) caracteres; que o sétimo sinal é igual a 1; que o sexto sinal é igual a 2 e corresponde a soma do sexto sinal mais o sétimo sinal; e, assim, sucessivamente até o primeiro sinal que é igual a 1 e correspondente a soma do primeiro ao sétimo sinal. E considerando que a expressão *"X"* é uma fórmula se e somente se *"X"* é positiva e *r(X) = 1*, concluímos que *"X"* é positiva e *r(X) = 1* e, por conseguinte, *"X"* é uma fórmula.

Em outro exemplo:

X = NApqs

N	***A***	***p***	***q***	***s***	
0	*-1*	*1*	*1*	*1*	***rangos (r)***
2	*2*	*3*	*2*	*1*	***soma dos rangos (r)***

observamos que: em que L(X) temos 5 (cinco) caracteres; que o quinto sinal é igual a 1; que o quarto sinal é igual a 2 e corresponde a soma do quarto sinal mais o quinto sinal; e, assim, sucessivamente até o primeiro sinal que é igual a 2 e correspondente a soma do primeiro ao quinto sinal. E considerando que a expressão *"X"* é uma fórmula se e somente se *"X"* é positiva e *r(X) = 1*, concluímos que *"X"* é positiva, mas, *r(X) = 2* e, por conseguinte, *"X"* não é uma fórmula.

Acrescentando os dois outros componentes, *"P"* e *"F"*, temos que *"P"* denota um subconjunto não vazio e *"C"* cujos os elementos *(π)*, em termos de uma lógica binária, são os valores-verdade (truth-constants) *"1"* e *"0"*. Por outro lado *"F"* denota uma função que, aplicada a cada sinal de *"C"* de grau $D > 0$, determina uma função veritativa. O quadro seguinte esclarece-nos sobre as aplicações de *"F"*:[16]

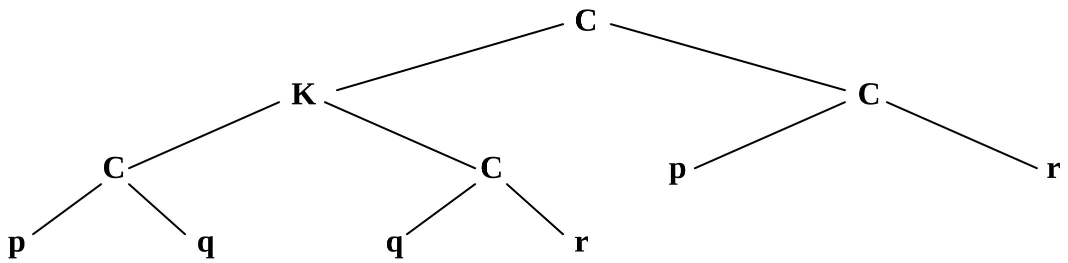
F aplicada a K	***F aplicada a A***	***F aplicada a C***	***F aplicada a E***	***F aplicada a J***
F(K11) = 1	***F(K11) = 1***	***F(K11) = 1***	***F(K11) = 1***	***F(K11) = 0***
F(K10) = 0	***F(K10) = 1***	***F(K10) = 0***	***F(K10) = 0***	***F(K10) = 1***
F(K01) = 0	***F(K01) = 1***	***F(K01) = 1***	***F(K01) = 0***	***F(K01) = 1***
F(K00) = 0	***F(K00) = 0***	***F(K00) = 1***	***F(K00) = 1***	***F(K00) = 0***

A relação estreita entre a notação lógica de Lukasiewicz e a estrutura de árvore comporta, ainda, a definição de que uma árvore é um gráfico conexo que não apresenta ciclo algum, de modo que: se *"p"* é uma variável sentencial, então o gráfico correspondente reduz-se ao vértice *"p"*; para a fórmula *"Np"* o gráfico tem um lado cujos vértices são *"N"* e *"p"*; para fórmulas do tipo *"αpq"*, sendo *"α"* um conectivo sentencial, o gráfico tem dois lados e três vértices. Analisemos os três exemplos que se seguem:

(I) ***CKCpqCqrCpr***

C	***K***	***C***	***p***	***q***	***C***	***q***	***r***	***C***	***p***	***r***	
-1	*-1*	*-1*	*1*	*1*	*-1*	*1*	*1*	*-1*	*1*	*1*	***(r)***
1	*2*	*3*	*4*	*3*	*2*	*3*	*2*	*1*	*2*	*1*	***Σ(r)***
1	*2*	*3*	*4*	*4*	*3*	*4*	*4*	*2*	*3*	*3*	***n***

Examinando o quadro acima observamos que: em que L(X) temos 11 (onze) caracteres; que o décimo primeiro sinal é igual a 1; que o décimo sinal é igual a 2 e corresponde a soma do décimo sinal mais o décimo primeiro sinal; e, assim, sucessivamente até o primeiro sinal que é igual a 1 e correspondente a soma do primeiro ao décimo primeiro sinal. E considerando que a expressão *"X"* é uma fórmula se e somente se *"X"* é positiva e *r(X) = 1*, concluímos que *"X"* é positiva e *r(X) = 1* e, por conseguinte, *"X"* é uma fórmula. E a estrutura de árvore ou gráfico conexo comporta quatro níveis, assim caracterizado:

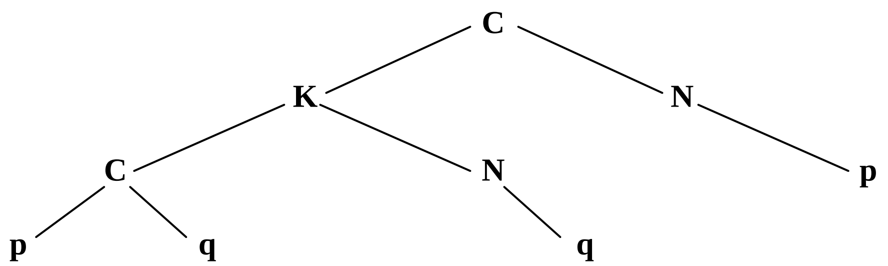


[16] Mais especificamente, um quadro completo para análise é indicado na nota de número 13.

(II) CKCpqNqNp

C	***K***	***C***	***p***	***q***	***N***	***q***	***N***	***p***	
-1	*-1*	*-1*	*1*	*1*	*0*	*1*	*0*	*1*	***(r)***
1	*2*	*3*	*4*	*3*	*2*	*2*	*1*	*1*	***Σ(r)***
1	*2*	*3*	*4*	*4*	*3*	*4*	*2*	*3*	***n***

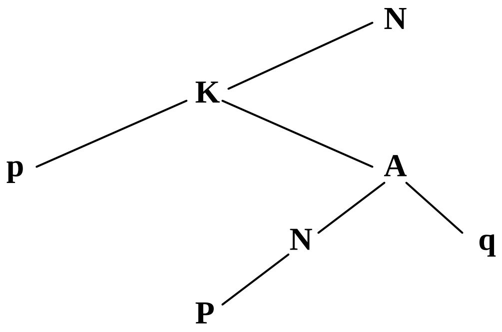
Examinando o quadro acima observamos que: em que L(X) temos 9 (nove) caracteres; que o nono sinal é igual a 1; que o oitavo sinal é igual a 1 e corresponde a soma do oitavo sinal mais o nono sinal; e, assim, sucessivamente até o primeiro sinal que é igual a 1 e correspondente a soma do primeiro ao nono sinal. E considerando que a expressão *"X"* é uma fórmula se e somente se *"X"* é positiva e *r(X) = 1*, concluímos que *"X"* é positiva e *r(X) = 1* e, por conseguinte, *"X"* é uma fórmula. E a estrutura de árvore ou gráfico conexo comporta quatro níveis, assim caracterizado:



(III) NKpANpq

N	***K***	***p***	***A***	***N***	***p***	***q***	
0	*-1*	*1*	*-1*	*0*	*1*	*1*	***(r)***
1	*1*	*2*	*1*	*2*	*2*	*1*	***Σ(r)***
1	*2*	*3*	*3*	*4*	*5*	*4*	***n***

Examinando o quadro acima observamos que: em que L(X) temos 7 (sete) caracteres; que o sétimo sinal é igual a 1; que o oitavo sinal é igual a 2 e corresponde a soma do sexto sinal mais o oitavo sinal; e, assim, sucessivamente até o primeiro sinal que é igual a 1 e correspondente a soma do primeiro ao sétimo sinal. E considerando que a expressão *"X"* é uma fórmula se e somente se *"X"* é positiva e *r(X) = 1*, concluímos que *"X"* é positiva e *r(X) = 1* e, por conseguinte, *"X"* é uma fórmula. E a estrutura de árvore ou gráfico conexo comporta cinco níveis, assim caracterizado:



Analisemos agora a função dos símbolos “X” e “D”. Os conectivos “K”, “A”, “C”, “E” e “J”, associados às variáveis sentenciais “p” e “q”, expressam, respectivamente: os conectivos “e” e “e/ou”, cujo significado é a não exclusão; os conectivos “se, então”, “se e somente se” e “ou”, cujo significado é a exclusão. No entanto, os functores corresponentes a negação conjunta (Xpq) e a negação alternada (Dpq) podem ser expressas conforme a tabela abaixo:

F aplicada a X	***F aplicada a D***
F(K11) = 0	***F(K11) = 0***
F(K10) = 0	***F(K10) = 1***
F(K01) = 0	***F(K01) = 1***
F(K00) = 1	***F(K00) = 1***

Podemos observar que: na negação conjunta (Xpq), a conjunção e a negação são reduzidas a um único nexo; e, na negação alternada (Dpq), a negação e a conjunção são reduzidas a um único nexo, ou seja:

Np = Xpp	***Np = Dpp***
Kpq = XXppXqq	***Kpq = DDppDqq***

Mais especificamente[17]:

negação conjunta (Xpq)

p	*Np*	*Xpp*
1	*0*	*0*
0	*1*	*1*

p	*q*	*Kpq*	*Xpp*	*Xqq*	*XXppXqq*	*Xpq*	*NCNpq*	$\neg(\neg p \rightarrow q)$
1	*1*	*1*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*F*
1	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*F*
0	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*F*

[17] Mais especificamente, um quadro completo para uma análise comparativa é indicado na nota de número 13.

0	*0*	*0*	*1*	*1*	*0*	*1*	*1*	*V*

Obs: o valor “1” ou “V” ocorre se e somente se “p” e “q” têm o valor “0”ou “F”.

negação alternada (Dpq)

p	***Np***	***Dpp***
1	*0*	*0*
0	*1*	*1*

p	***q***	***Kpq***	***Dpq***	***Dqq***	***DDpqDpq***	***CpNq***	$p \rightarrow \neg q$
1	*1*	*1*	*0*	*0*	*1*	*0*	*F*
1	*0*	*0*	*1*	*1*	*0*	*1*	*V*
0	*1*	*0*	*1*	*1*	*0*	*1*	*V*
0	*0*	*0*	*1*	*1*	*0*	*1*	*V*

Obs: o valor “1” ou “V” ocorre se e somente se “p” e “q” não têm “1”ou “V”.

Se *“N”* e *“C”* são snais primitivos do sistema de cálculo sentencial elaborado por Lukasiewicz, na negação conjunta *“Xpq”* o valor “1” ou “V” ocorre se e somente se “p” e “q” têm, ao mesmo tempo, o valor “0”ou “F” e é, por definição, correspondente a *“NCNpq”* ou “$\neg (\neg p \rightarrow q)$” e, portanto, contrária a negação alternada ou incompatibilidade *“Dpq”*, cujo valor “1” ou “V” ocorre se e somente se “p” e “q” não têm, ao mesmo tempo, valor “1”ou “V” e é, por definição, correspondente a *“CpNq”* ou “$p \rightarrow \neg q$”.

Observamos, ainda, que no âmbito do sistema de Lukasiewicz as teses de número 117, *“CDppNp”*, e de número 118, *“CNpDpp”*, justificam a admissibilidade da definição nominal *“Np = Dpp”*. Outras teses relevantes são a tese número 119, *“CDpqDqp”*, ou lei da comutatividade e as teses de número 123, *“CCpqDpDpq”*, e de número 126, *“CDpDpqCpq”*, que justificam a admissibilidade da defnição nominal *“Cpq = DpDpq”*.

A utilização do functor “D” determina a simplificação do sistema como se pode verificar no esquema abaixo:

Functor “A”
Functor “K”
Functor “E”
Functor “J”

$\downarrow$

Observando as definições:
“Apq” = “CNpq”;
“Kpq” = “NCpNq”;
“Epq” = “CCNpqNCpNq”
expressáveis em função do par:

Functor “N”
Functor “C”

$\downarrow$

pelas teses números 117, 118, 123 e 126, definidas em função do:

Functor "D"

Segundo, Lukasiewicz (1963, p. 63-64):

> O lógico francês J. Nicod deu um único axioma do cálculo sentencial, com a negação alternativa como um único termo primitivo. O axioma de Nicod é muito complicado e não muito intuitivo. Em nossa notação pode ser escrito da seguinte forma:
> DDpDqrDDtDttDDsqDDpsDps
> Em vez da habitual regra de desapego, formuladas no que diz respeito à implicação, o sistema de Nicod contém a regra que nos permite aceitar a expressão γ na força de expressão reconhecida DαDβγ e na expressão reconhecida α.[18]

Mas como explicar um único axioma do cálculo sentencial dado pelo lógico francês J. Nicod (1917), ou seja, a negação alternativa como um único termo primitivo:

Consideremos, inicialmente, que para a redução do número de signos primitivos de um cálculo, Henry Maurice Sheffer (1913) introduziu a negação conjunta ´↓`, também denominada traço-função de sheffer, que se lê ´nem... nem`, cujo valor, como uma proposição molecular binária p↓q, é verdadeiro se, e somente se, seus componentes são falsos, ou seja: p↓q (f f f v), como demonstrado acima com Xpq. Outros conectivos do cálculo proposicional são definíveis por ´↓`, como a negação e a disjunção includente ou alternativa. Mais precisamente podemos indicar que: $\neg p$ = def. $(p\downarrow p)$; $p\vee q = \neg(p\downarrow q)$. Um exemplo que pode ser dado é "Nem os professores são bem pagos nem os estudiosos são espertos" (nem p nem q).

Já Jean Nicod (1917) introduziu a negação alternativa (ou negação disjuntiva) ´|` que se lê ´não ao mesmo tempo p e q` ou negação alternada, cujo valor como uma proposição molecular binária p|q, é falsa se, e somente se, seus componentes dão ambos verdadeiros, ou seja, p|q (f v v v), como demonstrado acima como Dpq. Outros conectivos do cálculo proposicional são definíveis por ´|`, como a negação e a disjunção includente ou alternativa. Mais precisamente podemos indicar que: $\neg p$ = def. $(p|p)$; $p\vee q = (\neg p|q)$. Um exemplo que

[18] The french logician J. Nicod gave a single axiom of the sentential calculus, with alternative denial as the only primitive term. Nicod´s axiom is very complicated and not very intuitive. In our notation it can be written down as follows:
DDpDqrDDtDttDDsqDDpsDps
Instead of the usual rule of detachment, formulated with respect to implication, Nicod´s system contains the rule which permits us to accept the expression γ on the strength of the recognized expression DαDβγ and the recognized expression α. (LUKASIEWICZ 1963. p. 63-64).

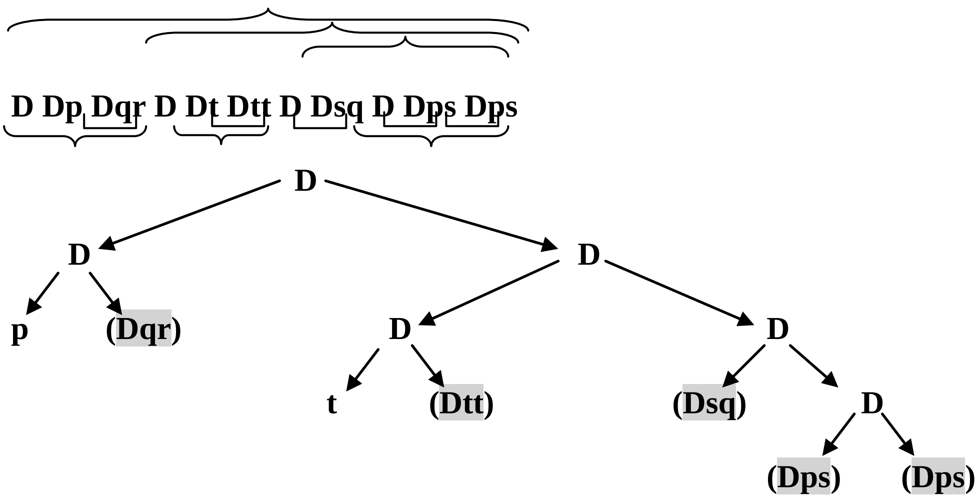
pode ser dado é “Jan Lukasiewicz não é italiano ou Luiz Ávila não é polonês” (não p ou não q).

p∨q = def. ((p↓q) ↓ (p↓q))
ou
p∨q = def. (¬p | ¬q)

Em 1917, Nicod (1917, p. 32–41) mostrou que a seguinte fórmula 23-symbol (na notação polonesa) é um axioma único para a lógica sentencial clássica (D é interpretada semanticamente como NAND, ou seja, o traço de Sheffer):

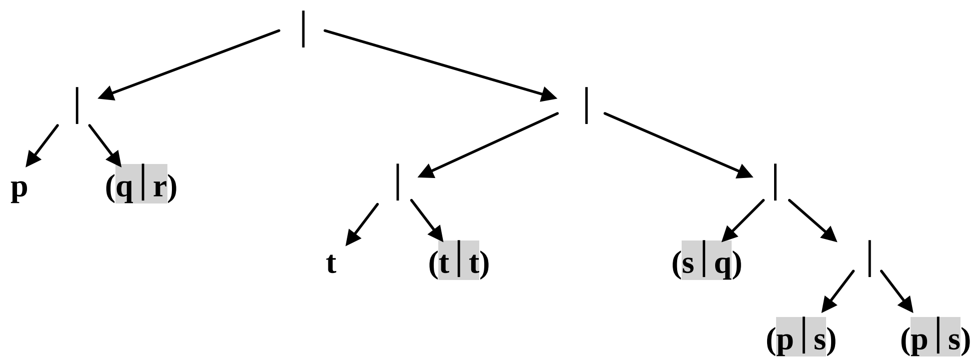
(N) *DDpDqrDDtDttDDsqDDpsDps*

mais especificamente:



ou

[p | (q|r)] | {[t | (t|t)] | [(s|q) | ((p|s) | (p|s))]}



Em 1913, Sheffer (1913, p. 481–488) dá as seguintes bases para a algebra boleanan nos termos de um conectivo binário ↓, ou seja, ↓ é justamente NAND: $x \downarrow y = n(x) + n(y)$).

(Sheffer1) $(x \downarrow x) \mid (x \downarrow x) = x$
(Sheffer2) $x \downarrow (y \downarrow (y \downarrow y)) = x \downarrow x$
(Sheffer3) $(x \downarrow (y \downarrow z)) \downarrow (x \downarrow (y \downarrow z)) = ((y \downarrow y) \downarrow x) \downarrow ((z \downarrow z) \downarrow x)$

A única regra de inferência para o único axioma do sistema de Nicod é a regra do distanciamento ou desapego para D:

(*D*-Regra) desde *DpDqr e p*, infere-se *r*.

Lukasiewicz (1970, p. 179-196) mais tarde demonstrou que a seguinte instância de substituição (t/s) do axioma da Nicod (N) bastaria:

(Ł1) *DDpDqrDDsDssDDsqDDpsDps*

Mordchaj Wajsberg (1977, p. 37-39), aluno de Lukasiewicz, mais tarde descobriu o seguinte 23-symbol orgânico (Um único axioma é orgânico se não contém tautologias subformuladas. (N) e (L) são não orgânicos, porque eles contém tautologias subformuladas da forma DxDxx), único axioma, para D:

(W) *DDpDqrDDDsrDDpsDpsDpDpq*

Lukasiewicz, mais tarde, descobriu outro axioma orgânico do 23-symbol:

(Ł2) *DDpDqrDDpDrpDDsqDDpsDps*

Existem novos axiomas do único 23-símbolo, alguns dos quais são orgânicos e tem apenas 4 variáveis, por exemplo,

(HF1) *DDpDqrDDpDqrDDsrDDrsDps*

Na exposição de Lukasiewicz (1963, p. 39), o problema da substituição correta de variáveis é descrito a partir de uma definição de categoria sintática, ou seja:

> Dizemos que uma expressão β é a correta substituição da expressão α se e somente se β difere de α, ou seja, apenas no lugar de certas variáveis que ocorrem em α a expressão β tem certas expressões de significado, pois, tais expressões[19] de

[19] Em relação às expressões, sequências finitas de sinais, destaca-se as classe das expressões bem formadas ou fórmulas. A existência desta classe está ligada às regras de formação previamente estabelecida no âmbito do sistema. Jan Lukasiewicz usa a denominação "meaningful expression", ou seja: *"This term is left undefined but the following theorem will enable us to decide about every expression formed of variables and of constants of the sentential calculus, whether it is a meaningful or not"*. (LUKASIEWICZ, 1963, p. 37) (*"Este termo a esquerda é indefinido, mas o*

> significado em β são equiformes sempre que correspondam a variáves equiformes em α.[20].

No exemplo proposto por Jan Lukasiewicz, temos:

CCpqCCqrCpr $\qquad$ ***(α)***

Substituindo "q" por "CNpq", isto é:

q/CNpq

então, obtemos:

CCpCNpqCCCNpqrCpr $\qquad$ ***(β)***

A substituição realizada em (α), acima, é correta em razão da expressão *"CNpq"* substituir todas as ocorrências de *"q"*, pois, tanto *"q"* como *"CNpq"* são fórmulas. Lukasiewicz (1963, p. 39-40) apresenta, ainda, três regras de inferência adotadas no sistema:

> Da regra e substituição: se uma expressão α é a tese do sistema, podemos reconhecer, como uma tese do sistema, qualquer expressão que seja uma substituição correta da expressão α. Da regra do distanciamento ou desapego: se quaisquer expressões α e β são teses do sistema e a expressão α é uma implicação com o antecedente equiforme com β, então, podemos reconhecer, como uma tese do sistema, qualquer expressão γ que é equiforme com a conseqüente da implicação α. Da regra de substituição: Se uma expressão α é a tese de um sistema e uma expressão β faz parte da expressão α e é equiforme com o lado direito de uma das definições dadas ou sobre uma substituição correta, então, podemos reconhecer

---

teorema a seguir permitirá decidir sobre cada expressão formada de variáveis do cálculo sentencial, quer seja um significado ou não."). Teorema, em Lukasiewicz, é um corpo de regras de formação, como podemos perceber em:
"The expression x is a meaningful expression if and only if one of the following conditions is satisfied:

1) x is small letter;
2) x is the negation of a meaningful expression;
3) x is an implication with arguments which are meaningful expression;
4) x is an alternation with arguments which are meaningful expression;
5) x is an conjunction with arguments which are meaningful expression;
6) x is an no-conjunction with arguments which are meaningful expression;
7) x is an equivalence with arguments which are meaningful expression." (LUKASIEWICZ, 1963, p. 37)

("A expressão x é uma expressão significativa se e somente se for satisfeita uma das seguintes condições:1) x é uma letra minúscula; 2) x é a negação de uma expressão significativa; 3) x é uma implicação com argumentos que são expressões significativas; 4) x é uma alternância com argumentos que são expressões significativas; 5) x é uma conjunção com argumentos que são expressões significativas; 6) x é uma não-conjunção com argumentos que são expressões significativas; 7) x é uma equivalência com argumentos que são expressões significativas".). (LUKASIEWICZ, 1963, p. 37).

[20] "We say that an expression β is a correct substitution of the expression α if and only if β differs from α only in that in place of certain variables which occur in α the expression β has certain meaningful expression, such that meaningful expression in β are equiform whenever they correspond to equiform variables in α". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 39).

> como uma tese do sistema qualquer expressão γ que é obtida da expressão α através da substituição da expressão β por uma expressão equiforme com o lado esquerdo da mesma definição ou por substituição correta correspondente ao lado esquerdo[21].

E procurando distinguir "the rule of substitution" da "rule of replacement", Lukasiewicz (1963, p. 41) afirma que:

> [...] quando aplicamos a regra de substitução (diferente de replacemente) devemos substituir todas as variáveis equiformes por expressões equiformes, considerando que a regra de substituição (replacemente) torna possível substituir apenas uma expressão de uma tese, mesmo que uma segunda expressão, equiforme com a primeira, ocorra em tese[22].

E tomando como objeto de investigação o próprio sistema de cálculo sentencial, Lukasiewicz(1970) , problematizando os axiomas quanto ao fato de atenderem a exigência da consistência, satisfazerem a exigência da independência e observarem a exigência da completude, afirma que:

> As provas que serão apresentadas a seguir poderão ser formalizadas dentro de alguns sistemas axiomáticos, mas seria extremamente difícil. Nossas provas serão realizadas como normalmente é feito em matemática, ou seja, vamos começar a partir de premissas cuja verdade será ditada pela intuição[23]. (LUKASIEWICZ, 1963, p. 67).

O conceito de consistência ou compatibilidade supõe a definição de dedutibilidade, tanto que, quanto à consistência do sistema de axiomas do cálculo sentencial, Lukasiewicz (1963. p. 67) afirma que:

---

[21] "The rule of substitution: if an expression α is a thesis of the system, them we may recognize as a thesis of the system any expression which is a correct substitution of the expression α. The rule of detachment: If any expressions α and β are theses of the system and the expression α is an implication with the antecedent equiform with β, then we may recognize as a thesis of the system any expression γ which is equiform with the consequent of the implication α. The rule of replacement: if an expression α is a thesis of the system, and an expression β is part of expression α and is equiform with the right side of one of the definitions given about or one of its correct substitution, then we may recognize as a thesis of the system any expression γ which is obtained from expression α through the replacement of expression β by an expression equiform with the left side of the same definition or by its corresponding correct substitution of that left side". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 39-40).

[22] "[...] when applying the rule of substitution we must replace all equiform variables by equiform expression, whereas the rule of replacement makes it possible to replace only one expression in a thesis, even if a second expression, equiform with the first, occurs in that thesis." (LUKASIEWICZ, 1963, p. 41).

[23] "The proofs to be presented below might be formalized within some axiomatic system, but that would be extremely difficult. Our proofs will be carried out as is usually done in mathematics, i.e., we shall start from assumptions whose truth will be dictated by intuition". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 67).

> O primeiro problema a ser tratado é o da consistência dos axiomas do cálculo sentencial. Será demonstrado que, se iniciamos a partir de nossos axiomas e procedemos em conformidade com as regras de inferência, nunca poderemos provar duas frases, ou seja, uma que tem a forma de α e a outra de Nα, pois, são contraditórios. Isto é muito importante, pois, para que possamos provar duas frases contraditórias, teríamos de reconhecer a verdade de ambas às frases, uma vez que reconhecemos a verdade de todas as sentenças que são prováveis no cálculo sentencial. Mas, em conformidade com o princípio da contradição, duas sentenças contraditórias não podem ser verdadeiras.[24].

Na determinação da prova ou no modo como se dá a demonstração da consistência temos que observar:

> [...] o fato de que em nosso sistema definições são apenas abreviaturas e não desempenham qualquer papel fundamental na prova;[25] (LUKASIEWICZ, 1963, p. 68).
> A regra da substituição nos permite substituir, em qualquer tese, o definiens pelo definiendum[26]. (LUKASIEWICZ, 1963, p. 68).

E, então, apontar um princípio assim definido por Lukasiewicz (1963, p. 68):

> Podemos provar que, no nosso sistema, a partir de qualquer tese que contém um definiendum também podemos deduzir uma tese na qual o definiendum referido é substituído pelo definiens adequado. Desta forma, no nosso sistema de cálculo sentencial cada prova tem sua contrapartida que não ocorre em termos definidos[27].

A *"definition-free of the sentential calculus"* (S*) e a prova da consistência de "S" é dada pela prova de consistência de "S*" que se distingue do sistema original "S" em razão de não envolver expressões que contêm termos definidos, não incluir a regra do *"replacement"* e restringir a regra da substituição a *"meaningful expressions that contain no defined terms"*.

A partir da definição de *"definition-free system"*, a prova da independência dos axiomas de "S" se reduz à prova da independência dos axiomas em "S*". Ou seja:

[24] "The first problem to be dealt with is that of the consistency of the axioms of the sentential calculus. It will be shown that if we start from our axioms and proceed in accordance with the rules of inference, we can never prove two sentences, one of which has the form α, and the other Nα, and thus are contradictory. This is very important, for should we prove two contradictory sentence, we would have to recognize the truth of both these sentence, since we recognize the truth of every sentences that is provable in the sentential calculus. But, in conformity with the principle of contradiction, two contradictory sentences cannot both be true". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 67).

[25] "[...] the fact that in our system definitions are merely abbreviations and do not play any essential role in the proofs". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 68).

[26] "the rule of replacement permits us to replace in any thesis, the definiens by the definiendum". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 68).

[27] "We could prove that, in our system, from any thesis that contains a definiendum we may also deduce a thesis in which the said definiendum is replaced by the appropriate definiens. In this way, in our system of the sentential calculus every proof has its counterpart in which no defined terms occur". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 68).

> A segunda questão referente ao nosso sistema de cálculo sentencial é o da independência dos axiomas que temos formulado acima. A intenção é que nenhum dos três axiomas podem ser comprovados através dos axiomas restantes e as regras de inferência como adaptada no sistema[28]. (LUKASIEWICZ, 1963, p. 72-73).

Mais especificamente, Lukasiewicz (1963, p. 72-73) afirma que:

> A prova da independência dos axiomas da definição livre do cálculo sentencial é, em alguns aspectos, semelhante à prova de consistência. Por exemplo, para provar que Axioma 1 é independente dos axiomas 2 e 3, devemos construir uma certa propriedade φ_1 que satisfaça as três condições seguintes:
>
> 1) propriedade φ_1 é um atributo dos axiomas 2 e 3;
> 2) propriedade φ_1 é hereditária no que diz respeito às regras de inferência da definição livre de cálculo sentencial;
> 3) propriedade φ_1 não é um atributo do Axioma 1.
>
> Se existe uma propriedade φ_1 que satisfaz estas três condições, então o Axioma 1 é independente dos Axiomas 2 e 3.[29] [...].
>
> A prova da independência dos axiomas do cálculo sentencial incluiu a utilização de uma tabela com três valores: «O»,«1»,«2». Para provar a independência das várias teses do Cálculo sentencial muitas vezes se tem que usar uma tabela que contêm três ou mais valores diferentes. Chamo a atenção para o fato de que para provar a coerência e independência, não é necessário tratar os símbolos «0» e «1», tal como a posição das frases falsas e verdadeiras, respectivamente[30]. (LUKASIEWICZ, 1963, p. 73)

Então, diante do problema exposto Lukasiewicz (1963) indaga sobre a possibilidade, no campo da lógica, de uma interpretação para o terceiro símbolo numérico empregado nas provas que se relacionam com a independência e afirma que:

> Na realização da prova da independência, temos demonstrado que cada teses do cálculo sentencial tem propriedade φ_0, o que consideramos ser a propriedade característica do verdadeiro cálculo de sentença em investigação. Na raiz da lógica que utilizamos há o pressuposto de que cada frase tem sempre um, e apenas um, dos dois valores lógicos: verdade e falsidade. Este pressuposto, geralmente não está

---

[28] "The second issue pertaining to our system of the sentential calculus is that of the independence of the axioms we have formulated above. The intention is that none of the three axioms can be proved by means of the remaining axioms and the rules of inference as adopted in the system". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 72-73).

[29] "The proof of the independence of the axioms of the definition-free sentential calculus is in some respects similar to the proof of consistency. For instance, to prove that Axiom 1 is independent of Axioms 2 and 3, we shall construct a certain property φ_1 that satisfies the following three conditions:

1) property φ_1 is an attribute of Axioms 2 and 3;
2) property φ_1 is hereditary with respect to the rules of inference of the definition-free sentential calculus;
3) property φ_1 is not an attribute of Axiom 1.

If there exists a property φ_1 that satisfies these three conditions, then Axiom 1 is independent of Axioms 2 and 3". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 72-73).

[30] "The proof of the independence of the axioms of the sentential calculus included the use of a table with three values: ´0`, ´1`,´2`. In proving the independence of the various theses of the sentential calculus one often has to use tables that contain three or more different values. Attention has been drawn to the fact that in proving consistency and independence it is not necessary to treat the symbols ´0` and ´1` as standing for false and true sentences, respectively". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 73).

> formulado explicitamente, mas é um pressuposto básico na lógica[31]. (LUKASIEWICZ, 1963, p. 77).

Sobre a "lógica dos três ou mais valores", nos deparamos com o clássico problema aristotélico dos futuros contingentes que, segundo Lukasiewicz (1963, p. 78):

> Podemos, no entanto, adaptar uma posição na variância com o princípio de dois valores na lógica. Podemos supor que uma frase, no sentido lógico do termo, pode ter valores que não sejam verdadeiro ou falso. A frase, que não sabemos se é falsa ou verdadeira, talvez nenhum valor determinado como verdadeiro ou falso, possa ter um terceiro valor indeterminado. Poderíamos, por exemplo, considerar que a sentença ´em um ano, a partir de agora, estarei em Varsóvia`, não é nem verdadeiro nem falso e tem um terceiro, indeterminado, valor que pode ser simbolizado como ´½`[32].

Sobre o sistema do cálculo sentencial da lógica de três ou mais valores observamos que, se não houver uma simbologia precisa, as noções de verdadeiro e falso se apresentam imprecisas, pois, toda proposição necessita de fatos definidos para se tornar verdadeira. E, assim como a proposição "em um ano, a partir de agora, estarei em Varsóvia" não é nem verdadeiro nem falso e tem um terceiro e indeterminado valor que pode ser simbolizado como ´½`[33], a proposição

Isto é um homem

pode se aplicar a todos os machos adultos da espécie, mas não às crianças. Mas vista de outro modo, pode abranger toda a humanidade, dependendo do sentido que se dá à palavra "homem". Então, não é nem verdadeiro nem falso e tem um terceiro e indeterminado valor que pode ser simbolizado como ´½`.

---

[31] "In carrying out the proof of independence we have demonstrated that every thesis of the sentential calculus has property φ_0, which we consider to be the characteristic property of the true sentences of the calculus under investigation. For at the root of the logic we use there is the assumption that every sentence always has one, and only one, of the two logical values: falsehood and truth. This assumption is usually not formulated explicitly, but is a basic assumption made in logic". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 77).

[32] "We might, however, adopt a standpoint at the variance with the principle of two values in logic. We might assume that a sentence, in the logical sense of the term, might have values other than falsehood and truth. A sentence, of which we do not know whether it is false or true, might have no value determined as truth or falsehood, but might have some third, undetermined, value. We might, for instance, consider that the sentence in a year from now I shall be in Warsaw is neither true nor false and has a third, undetermined, value, which can be symbolized as ´½`". (LUKASIEWICZ, 1963, p. 78).

[33] Um grão de areia não faz um punhado. Adicionar outro grão ainda não faz um punhado. No entanto, adicionando mais e mais grãos, em algum momento, teremos um punhado de areia. Um homem com cabelos não é careca. Tirando um cabelo não o transforma em careca. Porém assim continuando eventualmente se tornará careca.

Propor soluções diversas de "α" ou "$N\alpha$" para problemas de lógica é abandonar o *princípio do Terceiro Excluído* e o *princípio da não contradição* da lógica de Aristóteles, o que implica no abandono da denominada *prova por contradição*.

No sistema do cálculo sentencial da lógica de três ou mais valores, a lógica se transforma desde seus fundamentos se adotarmos a hipótese de que além de verdadeiro e falso há, também, um terceiro valor lógico ou até mais valores". Lukasiewicz (1963) apresenta uma estrutura na qual adiciona o valor “½” representando não necessariamente o termo *"possível"* além dos valores “1” representando não necessariamente o termo *verdadeiro* e “0” representando não necessariamente o termo *falso*.

A afirmação e a negação do valor lógico “½” são equivalentes como podemos observa na tabela-verdade para o cálculo sentencial da lógica de três ou mais valores.

$\boldsymbol{\alpha}$	***Não-α***
p	***Não-p***
1	***0***
½	½
0	***1***

O sistema do cálculo sentencial da lógica de três ou mais valores é sugerida, inicialmente, por Aristóteles em sua obra *De Interpretatione* (1985). Tal lógica pode ser entendida como uma tentativa de solucionar um problema relacionado aos futuros contingentes. Se proposições devem corresponder a fatos, é evidente que em se tratando de eventos situados no futuro tem-se a hipótese de uma alternativa real e a hipótese de uma alternativa potencial, ou seja, em direções contrárias. Deste modo, temos que a afirmação e a negação correspondentes a essa proposição terão o mesmo caráter valorativo, ou seja, “½” e, assim, ambas poderão ser verdadeiras ou ambas poderão ser falsas, porém, ainda, não podem ser nem verdadeira e nem falsa.

Aristóteles (1985) afirma que as sentenças “haverá ou não haverá uma batalha naval amanhã” ou “já é definitivamente verdadeiro ou definitivamente falso que haverá uma batalha naval amanhã” terão o mesmo caráter valorativo, ou seja, “½” e, assim, em cada um dos pares citados, ambas poderão ser verdadeiras ou ambas poderão ser falsas, porém, ainda, não podem ser nem verdadeira e nem falsa. E, assim, o que não está determinado não pode ser conteúdo de verificação. Aristóteles (1985) defende, da mesma forma, que embora nenhuma das partes da disjunção seja, agora, verdadeira ou falsa, o conjunto inteiro desta disjunção (haverá ou não haverá uma batalha naval amanhã) é, desde já, definitivamente verdadeiro.

Se considerarmos os functors “C”, “K”, “A”, “E” e “J”, a partir do sistema do cálculo sentencial da lógica de três ou mais valores, temos que:

		p → q	***p ∧ q***	***p ∨ q***	***p ↔ q***	***p ⊻ q***
P	***q***	***Cpq***	***Kpq***	***Apq***	***Epq***	***Jpq***
1	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*0*
1	*½*	*½*	*½*	*1*	*½*	*1*
1	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*1*
½	*1*	*1*	*½*	*1*	*½*	*1*
½	*½*	*1*	*½*	*½*	*1*	*0*
½	*0*	*½*	*0*	*½*	*½*	*½*
0	*1*	*1*	*0*	*1*	*0*	*1*
0	*½*	*1*	*0*	*½*	*½*	*½*
0	*0*	*1*	*0*	*0*	*1*	*0*

N	
1	*0*
½	*½*
0	*1*

C	***1***	***½***	***0***
1	*1*	*½*	*0*
½	*1*	*1*	*½*
0	*1*	*1*	*1*

Com três valores de verdade, as funções de verdade têm que ser redefinidas ou suas definições têm que ser generalizadas de tal modo que abarquem os casos em que um ou mais argumentos tomam o valor correspondente a ½.

A coluna do extremo direito, no quadro imediatamente acima, indica que para “p” = 1 e “p” = 0 não há mudança em “¬ p”, ou seja, “¬ p” = 0 e “¬ p” = 1 e, no entanto, para “p” = ½ temos “¬ p” = ½. Analogicamente na definição de “p → q” (C, 1, ½ e 0 na vertical) (C, 1, ½ e 0 na horizontal)os casos clássicos são tratados como se tem demonstrado e para os casos não clássicos há o princípio de que se o valor do antecedente “p” for menor ou igual ao valor do consequente “q” o valor do condicional “p → q” deve ser igual a 1 e no outro caso, em que o valor do antecedente “p” for maior que o valor de “q” deve ser igual a ½.

Devemos compreender que neste sistema de uma lógica de três valores, os símbolos das funções de verdade não podem conservar exatamente as mesmas relações que tinham no sistema de uma lógica de dois valores e, consequentemente, as fórmulas que são tautológicas no sistema de uma lógica de dois valores podem deixar de sê-lo quando consideradas como fórmulas do sistema de uma lógica de três valores.

Mais especificamente, para o functor C definido na tabela-verdade devemos observar o seguinte princípio:

(N) negação	**(C) Condicional**
Np = 1 - p	Para p ≤ q: Cpq = 1
	Para p > q: Cpq = 1 – p + q

Para o functor A, *Apq*, ou ($p \vee q$), não é mais definido como *CNpq*, como pudemos observar anteriormente, mas, como podemos observar no quadro abaixo, é definido como "*CCpqq"*, ou ***"(p → q) → q"***, em razão da ordem de valores expressos nas respectivas colunas:

p	***q***	***p → q*** ***Cpq***	***(p → q) → q*** ***CCpqq***	***p ∨ q*** ***Apq***
1	*1*	*1*	*1*	*1*
1	*½*	*½*	*1*	*1*
1	*0*	*0*	*1*	*1*
½	*1*	*1*	*1*	*1*
½	*½*	*1*	*½*	*½*
½	*0*	*½*	*½*	*½*
0	*1*	*1*	*1*	*1*
0	*½*	*1*	*½*	*½*
0	*0*	*1*	*0*	*0*

N	
1	*0*
½	*½*
0	*1*

A	***1***	***½***	***0***
1	*1*	*1*	*1*
½	*1*	*½*	*½*
0	*1*	*½*	*0*

Essa equivalência é escolhida para garantir que uma disjunção no sistema de uma lógica de três valores conserve o mesmo valor dos seus termos disjuntos se estes têm valores semelhantes e nos outros casos o maior dos dois valores. Com efeito, quando *p* = ½, *ApNp* = *A½N½* = *A* ½ ½ = ½ . Ou seja:

(N) negação	**(A) Disjunção Includente**
Np = 1 - p	Para p = q: Apq = 1, ½ ou 0 (o valor da semelhança)
	Para p >/< q: Apq = 1 ou ½ (o valor maior)

Para o functor E, no quadro abaixo, podemos observar que "*Epq"*, ou ($p \leftrightarrow q$), é definido como "*KCpqCpq"*, ou (***(p → q) ∧ (p → q)***), em razão da ordem de valores expressos nas respectivas colunas:

p	*q*	***p → q*** ***Cpq***	***(p → q) ∧ (p → q)*** ***KCpqCpq***	***p ↔ q*** ***Epq***
1	*1*	*1*	*1*	*1*
1	*½*	*½*	*½*	*½*
1	*0*	*0*	*0*	*0*
½	*1*	*1*	*½*	*½*
½	*½*	*1*	*1*	*1*
½	*0*	*½*	*½*	*½*
0	*1*	*1*	*1*	*0*
0	*½*	*1*	*½*	*½*
0	*0*	*1*	*0*	*1*

N		***E***	***1***	***½***	***0***
1	*0*	***1***	*1*	*½*	*0*
½	*½*	***½***	*½*	*1*	*½*
0	*1*	***0***	*0*	*½*	*1*

Para o functor K, no quadro abaixo, podemos observar que "*Kpq"*, ou (*p* ∧ *q*), é definido como "*NANpNq"*, ou (¬ **(¬*p* ∨ ¬*q*)**), em razão da ordem de valores expressos nas respectivas colunas:

P	***q***	***¬p***	***¬q***	***¬ (¬p ∨ ¬q)*** ***NANpNq***	***p ∧ q*** ***Kpq***
1	*1*	*0*	*0*	*1*	*1*
1	*½*	*0*	*½*	*½*	*½*
1	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*
½	*1*	*½*	*0*	*½*	*½*
½	*½*	*½*	*½*	*½*	*½*
½	*0*	*½*	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*0*	*0*	*0*
0	*½*	*1*	*½*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*	*0*	*0*

N		***K***	***1***	***½***	***0***
1	*0*	***1***	*1*	*½*	*0*
½	*½*	***½***	*½*	*½*	*0*
0	*1*	***0***	*0*	*0*	*0*

A equivalência é escolhida para garantir que uma conjunção no sistema de uma lógica de três valores conserve o mesmo valor dos seus termos conjuntos se estes têm valores semelhantes e nos outros casos o menor dos dois valores. Com efeito, quando *p* = ½, *ApNp* = *A*½*N*½ = *A* ½ ½ = ½ . Ou seja:

(N) negação	**(A) Disjunção Includente**
Np = 1 - p	Para p = q: Apq = 1, ½ ou 0 (o valor da semelhança)
	Para p >/< q: Apq = ½ ou 0 (o valor menor)

Para o functor J, no quadro abaixo, podemos observar que “J*pq”*, ou (*p* $\veebar$ *q*), é definido como “   ”, ou (   ), em razão da ordem de valores expressos nas respectivas colunas:

		$p \rightarrow q$	$p \veebar q$
p	***q***	***Cpq***	***Jpq***
1	*1*	*1*	*0*
1	*½*	*½*	*1*
1	*0*	*0*	*1*
½	*1*	*1*	*1*
½	*½*	*1*	*0*
½	*0*	*½*	*½*
0	*1*	*1*	*1*
0	*½*	*1*	*½*
0	*0*	*1*	*0*

N	
1	*0*
½	*½*
0	*1*

J	*1*	*½*	*0*
1	*0*	*1*	*1*
½	*1*	*0*	*½*
0	*1*	*½*	*0*

Jan Lukasiewicz é pioneiro no campo da *“many-valued logic”*, ou seja, para ser mais preciso, valemo-nos de uma imagem geométrica que tem como referência um segmento de reta cujos pontos externos podem ser indicados pelos símbolos *“1”* e *“0”*, em substituição a verdadeiro *“V”* e falso *“F”*, valido *“V”* e invalido *“I”*, que resulta, então, na possibilidade de abarcar o ponto médio do referido segmento com o símbolo ½, ou seja:

> Eu posso supor sem contradição que a minha presença em Varsóvia num certo momento do tempo, e.g., ao meio-dia do dia 21 de dezembro, no momento presente ainda não está decidida positiva ou negativamente. É por isso possível mas não necessário que eu esteja presente em Varsóvia na altura referida. Nesta suposição a afirmação ´Estarei presente em Varsóvia ao meio-dia do dia 21 de dezembro do próximo ano` não é verdadeira nem falsa no momento presente. Porque se fosse verdadeira no momento presente a minha futura presença em Varsóvia teria que ser necessária, o que contradiz a suposição e se fosse falsa no momento presente, a minha presença futura em Varsóvia seria impossível, o que de novo contradiz a suposição. A frase declarativa sob consideração não é, no momento presente, nem verdadeira nem falsa e tem que ter um terceiro valor, diferente de 0, ou falso, e de 1, ou verdadeiro. Podemos indicá-lo por ´½`, isto é, ´o possível`, que fará um terceiro valor juntamente com ´o falso` e ´o verdadeiro`. É esta linha de pensamento que dá

> origem a um sistema a três valores de lógica proposicional[34]. (LUKASIEWICZ, 1957, p. 64.)

Assim, se considerarmos que os princípios do cálculo proposicional deixam de ser aplicados em razão dos significados dos conectivos dados pelas matrizes apresentadas por Jan Lukasiewicz (1957), como, por exemplo, a tese correspondente ao princípio do terceiro excluído, *ApNp*, ou seja, quando *p* = ½, *ApNp* = *A*½*N*½ = *A* ½ ½ = ½., veremos, neste ponto, que existe uma divergência entre a tese sistêmica de Lukasiewicz e o que é asseverado no nono capítulo, futuros contingentes, do *Da interpretação* (1985); para Aristóteles, a disjunção includente "haverá ou não haverá uma batalha naval amanhã" vale mesmo quando as suas partes, "haverá uma batalha naval amanhã" e sua negação, têm ambas valores indeterminados ou "½". Aristóteles afirma a validade da disjunção includente não por causa dos valores de verdade atribuídos a seus componentes (1, ½ ou 0), mas porque esses componentes são contraditórios. Existe, portanto, um elemento não verofuncional no tratamento destas proposições. Prior (1962) considera que o aparecimento da não-verofuncionalidade em tais proposições é devido a uma confusão com relação à diferenciação das duas seguintes sentenças: i) "Haverá ou não haverá uma batalha naval amanhã" que é verdadeira de acordo com regras verofuncionais, somente quando pelo menos uma das duas componentes for verdadeira e ii) "Amanhã será o caso da seguinte sentença: 'há ou não há uma batalha naval'". A sentença ii) não é verofuncional dado que o conectivo de disjunção é governado pelo operador não-verofuncional 'amanhã será o caso...' (operador este que não aparece no sistema trivalorado de Lukasiewicz) enquanto que a sentença i) apesar de ser verofuncional não possui validade para todos os casos. (PRIOR, 1962, p. 230-250).

Dissertando sobre os futuros contingentes ou a lógica modal elaborada por Aristóteles, Lukasiewicz (1957, p. 134) afirma que "According to Aristotle, only propositions are necessary, impossible, possible, or contingent"[35]. E dada a ambiguidade do termo contingente, Lukasiewicz (1957, p. 134), sob a denominação *"modal functions"* propõe as formas

---

[34] "I can assume without contradiction that my presence in Warsaw at a certain moment of time next year, e.g., at noon on 21st December, is not settled at the present moment either positively or negatively. It is therefore possible but not necessary that I shall be present in Warsaw at the stated time. On this presupposition the statement ´I shall be present in Warsaw at noon on 21st December next year` is neither true nor false at the present moment. For if it were true at the present moment my future presence in Warsaw would have to be necessary, which contradicts the presupposition, and if it were false at the present moment, my future presence in Warsaw would have to be impossible, which again contradicts the presupposition. The statement under consideration is therefore at the present neither true nor false and must have a third value different from 0, or the false and from 1, or the true. We can indicate this by ´½`: it is `the possible` which goes at a third value with the ´false` and the ´true`. This is the train of thought which gave rise to the three-valued system of propositional logic". (RESCHER, 1968, p. 64).

[35] "De acordo com Aristóteles, apenas proposições são necessária, impossível, possível ou subordinada". (LUKASIEWICZ, 1957, p. 134).

correspondentes a "é necessário que p" (Lp), "é impossível que p" (Ip) e "é contingente que p" (Cp), fundado no sistema da lógica de três valores já desenvolvido e simplificado nas matrizes abaixo:

A	$\neg$
1/v	0/f
½/i	½/i
0/f	1/v

$A \wedge B$	1/v	½/i	0/f
1/v	1/v	½/i	0/f
½/i	½/i	½/i	0/f
0/f	0/f	0/f	0/f

$A \vee B$	1/v	½/i	0/f
1/v	1/v	1/v	1/v
½/i	1/v	½/i	½/i
0/f	1/v	½/i	0/f

$A \rightarrow B$	1/v	½/i	0/f
1/v	1/v	½/i	0/f
½/i	1/v	1/v	½/i
0/f	1/v	1/v	1/v

$A \leftrightarrow B$	1/v	½/i	0/f
1/v	1/v	½/i	0/f
½/i	½/i	1/v	½/i
0/f	0/f	½/i	1/v

O valor indicado como "½" ou "*i*" significa, por correspondência, "indeterminado" ou "possível" e, abarcado em sentenças correspondentes aos futuros contingentes, submete-se aos princípios, já desenvolvidos, que orientam o sistema da lógica de três valores, como podemos observar na síntese abaixo:

$$\neg A = 1 - A$$
$$A \vee B = \max [A, B]$$
$$A \wedge B = \min [A, B]$$
$$A \rightarrow\supset B = \begin{cases} 1 \text{ se } A \leq B \\ \\ 1 - A + B \text{ se } A > B \end{cases}$$

Este valor *"indeterminado"* ou *"possível"*, como um terceiro valor-verdade, representa a união do verdadeiro e do falso. E, fundado no sistema da lógica de três valores, propõe a *"função a um argumento"* ou, em notação lógica, o functor *(M)*, mais especificamente, *"Mp = CNpp"*, mais especificamente,

p	$\neg p$	Mp	$CNpp\ (\neg p \rightarrow p)$
1/v	0/f	1/v	1/v
½/i	½/i	1/v	1/v
0/f	1/v	0/f	0/f

Mais especificamente, Lukasiewicz (1957) introduz um símbolo funcional correspondente ao termo *"indeterminado"* ou *"possível"* e o define pela equivalência *"◊p =* $\neg p \rightarrow p$*"*. Assim, se uma proposição pode ser derivada da sua própria negação, então não pode ser falsa seja qual for o número de valores de verdade que reconhecemos. No sistema lógico de dois valores esta propriedade é suficiente para assegurar a verdade, mas no sistema lógico de três valores só garante a possibilidade. O princípio dessa função, que é identificado como possibilidade, reconhece o valor *"0"* quando o argumento tem esse valor *"0"*, mas nos outros casos reconhece o valor correspondente à *"1"*. Ou seja:

Lp= df. ¬M ¬p *(necessário)*
Cp= df. Mp & M ¬p *(contingente)*
Ip = df. L ¬p *(impossível)*

p	*L*	*p*	*C*	*p*	*I*
1/v	*1/v*	*1/v*	*0/f*	*1/v*	*0/f*
½/i	*0/f*	*½/i*	*1/v*	*½/i*	*0/f*
0/f	*0/f*	*0/f*	*0/f*	*0/f*	*1/v*

Com o terceiro valor indicado por Lukasiewicz (1957) podemos observar, ainda, que *"$p \wedge \neg p = i$"* quando *"$p = \neg p = i$"*, e *"$p \wedge \neg p$"* deve ser vista como possível se os termos da conjunção são, individualmente, possíveis.

Na lógica modal ou sistema de interpretações modais de Lukasiewicz, uma sentença é necessária apenas no caso em que é verdadeira, impossível apenas no caso de ser falsa e contingente apenas no caso de intermediária.

No entanto, Lukasiewicz (1957, p. 166-167) afirma que:

> Se nós concordamos com Aristóteles que alguns eventos futuros, e.g. uma batalha naval, são contingentes, logo uma proposição sobre cada evento enunciado hoje pode ser nem verdadeiro nem falso... Com base nessa idéia... Construí em 1920 um sistema de três-valores de lógica modal desenvolvido depois em um artigo de 1930. Vejo hoje que esse sistema não satisfaz todas as nossas intuições que concernem as modalidades e deveria ser trocado pelo sistema L^m_4[36].

Com esse novo sistema de interpretações modais, o sistema de uma lógica de quatro valores, Lukasiewicz (1957, p. 169) afirma, ainda, que "Refuta todas as inferências falsas traçadas na conexão com a lógica modal, explica as dificuldades do silogismo modal Aristoteliano, e revela alguns fatos lógicos inesperados que são da maior importância para a filosofia"[37].

[36] "If we accept with Aristotle that some future events, e.g., a sea-fight, are contingent, them a proposition about such events enounced today can be neither true nor false … On the basis of this idea … I constructed in 1920 a three-valued system of modal logic developed later in paper of 1930. I see today that this system does not satisfy all our intuitions concerning modalities and should be replaced by the system L^m_4". (LUKASIEWICZ, 1957. p. 166-167)

[37] "refutes all false inferences drawn in connexion with modal logic, explains the difficulties of the Ariatotelian modal syllogistic, and reveals some unexpected logical facts which are of the greatest importance for philosophy". (LUKASIEWICZ, 1957, p. 169).

As matrizes de L^m_4 são formadas como o produto da matriz para os próprios cálculos proposicionais clássicos. Seus valores-verdade são ordenados por pares de valores-verdade clássicos, ou seja, o sistema é o produto de Lc consigo mesmo, portanto, os valores de L^m_4 correspondem aos pares ordenadores de valores de Lc, como demonstrado abaixo:

1	=	***(1/v, 1/v)***
2	=	***(1/v, 0/f)***
3	=	***(0/f, 1/v)***
0	=	***(0/f, 0/f)***

¬	***p***
0 *(f, f)*	***1*** *(v, v)*
3 *(f, v)*	***2*** *(v, f)*
2 *(v, f)*	***3*** *(f, v)*
1 *(v, v)*	***0*** *(f, f)*

	p → q	***1 (v, v)***	***2 (v, f)***	***3 (f, v)***	***0 (f, f)***
	1 (v, v)	*1 (v, v)*	*2 (v, f)*	*3 (f, v)*	*0 (f, f)*
M	***2 (v, f)***	*1 (v, v)*	*1 (v, v)*	*3 (f, v)*	*3 (f, v)*
W	***3 (f, v)***	*1 (v, v)*	*2 (v, f)*	*1 (v, v)*	*2 (v, f)*
	0 (f, f)	*1 (v, v)*	*1 (v, v)*	*1 (v, v)*	*1 (v, v)*

Possibilidade 1

M	**P**
1 (v, v)	**1** (v, v)
1 (v, v)	***2*** (v, f)
3 (f, v)	***3*** (f, v)
3 (f, v)	***0*** (f, f)

Possibilidade2

W	**p**
1 (v, v)	**1** (v, v)
2 (v, f)	**2** (v, f)
1 (v, v)	**3** (f, v)
2 (v, f)	***0*** (f, f)

E, a partir da especificação dos conectivos, podemos observar alguns princípios considerando um conectivo arbitrário (Z) de (x e y) de valores arbitrários, ou seja:

¬(x, y) = (¬x, ¬y) *e*
(x1, y1) Z (x2, y2) = (x1 Z x2, y1 Z y2)

Os dois functors, M e W, que representam possibilidade, são introduzidos:

M	***2 (v, f) → 1 (v, v) = 1 (v, v)***
	2 (v, f) → 2 (v, f) = 1 (v, v)
	2 (v, f) → 3 (f, v) = 3 (f, v)
	2 (v, f) → 0 (f, f) = 3 (f, v)
W	***3 (f, v) → 1 (v, v) = 1 (v, v)***
	3 (f, v) → 2 (v, f) = 2 (v, f)
	3 (f, v) → 3 (f, v) = 1 (v, v)
	3 (f, v) → 0 (f, f) = 2 (v, f)

E sobre as "different kinds of possibility", Lukasiewicz (1957, p. 180), admitindo uma escala de graduação, distingue o silogismo modal do silogismo assertórico, ou seja:

> Podemos dizer, portanto, que na lógica modal de múltiplos valores existem possibilidades de diferentes graus. Sempre tenho que apenas dois sistemas modais são de possível importância filosófica e científica: um sistema modal mais simples, no qual é possível considerar como não tendo nenhum grau ao todo, que é nosso sistema modal de quatro valores, e o ´x_0` valorizado no sistema em que existem infinitamente muitas possibilidades de graus. Seria interessante investigar este problema ainda mais, pois podemos encontrar aqui uma relação entre lógica modal e a teoria da probabilidade[38].

Assim, se o sistema da lógica de três valores é, em parte, o próprio sistema da lógica de dois valores, ou seja, todos os teoremas desta são teoremas daquela, então, o sistema de uma lógica de múltiplos valores é, em parte, o próprio sistema de uma lógica de três valores, embora alguns princípios, como o princípio do terceiro excluído e o princípio da não contradição ou argumento *reductio ad absurdum*, desapareçam no sistema de uma lógica de múltiplos valores. Ou seja, "p Np" e "p Mp", como demonstrado, guardam relação, respectivamente: com o silogismo aristotélico é do tipo implicacional (condicional ou implicação material) que podemos associar uma proposição e, consequentemente, valores lógicos (verdadeiro ou falso); e, com o silogismo tradicional é do tipo inferencial (esquema dedutivo) que podemos associar um argumento (consequência) e, neste caso, o atributo que pode predicar é o da validade ou não validade do argumento, como representado na tabela abaixo:

Forma Implicacional
Se X e Y então Z

Forma Inferencial
X
Ora Y
Logo Z

Mas Lukasiewicz (1957, p. 205), distinguindo, por dessemelhança, o silogismo do tipo implicacional do silogismo do tipo inferencial, refere-se ao problema da refutação do determinismo e ao problema da divisão da ciência em *a priori* e *a posteriori*, ou seja:

> Sob a influência de Platão, a teoria das idéias de Aristóteles desenvolveu uma lógica dos termos universais e condições estabelecidas sobre o ponto de vista da

[38] "We may say therefore that in eight-valued modal logic there exist possibilities of different degrees. I have always that only two modal systems are of possible philosophic and scientific importance: the simplest modal system, in which possibility is regarded as having no degrees at all, that is our four-valued modal system, and the ´x_0` valued system in which there exist infinitely many degrees of possibility. It would be interesting to investigate this problem further, as we may find here a link between modal logic and the theory of probability". (LUKASIEWICZ, 1957, p. 180).

> necessidade que era, na minha opinião, desastroso para a filosofia. As proposições que atribuem propriedades essenciais para os objetos são, de acordo com ele, não apenas dados factuais, mas também necessariamente verdadeiros. Esta distinção errada foi o início de uma longa evolução que levou à divisão da ciência em dois grupos: uma ciência a priori que constituindo teoremas apodíticos, como a lógica e a matemática, e as ciências empíricas ou a posteriori consistindo, principalmente, afirmações assertivas baseadas na experiência. Esta distinção é, na minha opinião, falsa.
> [...]
> Enquanto o tratamento da necessidade de Aristóteles possa parecer um fracasso, o seu conceito de possibilidade ou contingência ambivalente é uma idéia importante e frutífera. Penso que isso possa ser aplicado com êxito para refutar determinismo[39].

e, principalmente, ao rechaçar o evidente por si mesmo e ao redimensionar o problema da definição metodológica, Lukasiewicz transforma as proposições lógicas em asserções sobre as coisas.

Conclusão

Em razão de todo o exposto podemos asserir que as lógicas multivalentes de Jan Lukasiewicz não são abarcadas, quer extensivamente ou não, pela lógica formal. E, dado o pressuposto, essa lógica formal, por si mesma, não basta para explicar a racionalidade jurídica que não deve tomar por prescindível, quer extensivamente ou não, as lógicas multivalentes de Jan Lukasiewicz, pois, se trata de uma racionalidade que não integra o mundo objetivo, mas, sim, o mundo intersubjetivo, variável, contingente e plural, de modo que o acesso à realidade é mediado pela linguagem, em que o termo verdade só pode predicar as proposições e não a própria realidade. E com isso propomos a base fundamental para a elucidação do quadro metodológico para a descrição lógico-formal-semântica da jurisprudência ou ciência do direito, a partir de investigação das regras de predicação e intermediação (extensionalidade) dos conceitos jurídicos com vistas à determinação da necessidade por simplificação e da necessidade por hipótese na categorização do contingente ou do contraditório no imaginário jurídico-discursivo.

[39] "Under the influence of Plato´s theory of ideas Aristotle developed a logic of universal terms and set forth views on necessity which were, in my opinion, disastrous for philosophy. Propositions which ascribe essential properties to objects are according to him not only factually, but also necessarily true. This erroneous distinction was the beginning of a long evolution which led to the division of science into two groups: the a priori sciences consisting of apodeictic theorems, such as logic and mathematics, and the a posteriori or empirical sciences consisting chiefly of assertoric statements based on experience. This distinction is, in my opinion, false".
[…]
"While Aristotle´s treatment of necessity is in may opinion a failure, his concept of ambivalent possibility or contingency is an important and fruitful idea. I think that it may successfully applied to refute determinism". (LUKASIEWICZ, 1957, p. 205).

REFERÊNCIAS

ARISTÓTELES. **Organon. I Categorias, II Periérmeneias**. Lisboa: Guimarães Editores, 1985. I v.

ARISTÓTELES. **Organon. III Analíticos Anteriores**. Lisboa: Guimarães Editores. 1985. II v.

ARISTÓTELES. **Organon. IV Analíticos Posteriores**. Lisboa: Guimarães Editores. 1985. III v.

ARISTÓTELES. **Órganon. Categorias, Da Interpretação, Analíticos Anteriores, Analíticos Posteriores, Tópicos, Refutações Sofísticas.** Tradução Edson Bini. São Paulo: Edições Profissionais Ltda, 2005.

CASADIO, Claudia. Semantic Categories and the Development of categorial Grammars. In: **Categorial Grammars and Natural Language Structures (Studier in Linguistics and Philosophy.**). Edited by Richard T. Oehrle, Emmon Bach and Deirdre Wheeler. Dordrecht/Boston/Lancaster: Ed. Springer-Science+Business Media, B.V. 1988. 32 v.

COPI, Irving. **Introdução à lógica.** São Paulo: Editora Mestre Jou, 1968.

FREGE, G. **Lógica e Filosofia da Linguagem.** São Paulo: Cultrix/USP, 1978.

LESNIEWSKI, Stanislaw. 1927-31. **O podstawach matematyki** (“Sobre los fundamentos de las matemáticas”). Oxford: Clarendon Press. 1967.

LUKASIEWICZ, Jan. **Elements of mathematical logic (Elementy logiki matematycznej).** 2. ed. Warszowa: Pergamon Press e PWN, 1963.

LUKASIEWICZ, Jan. **Aristotle´s syllogistic.** 2. ed. Oxford: The Clarendon Press, 1957.

LUKASIEWICZ, Jan. **Selected works,** North-Holland: Edited by L. Borkowski, 1970.

LUKASIEWICZ, Jan. **Estudios de Lógica y Filosofia.** Seleción, traducción y presentación de Alfredo Deaño. Madrid: Biblioteca de la Revista de Occidente Bárbara de Braganza. 1970.

LUSCHEI, Eugene C. **The logical system of Lesniewski**. Amsterda-London: North-Holland publishing Co., 1962.

MORA, J. Ferrater. **Dicionário de Filosofia. Tomo IV (Q – Z).** São Paulo: Edições Loyola. 2004.

NICOD, J. **A reduction in the number of primitive propositions of logic**, USA: Proc. Cambridge Phil. Soc. 1917.

NÖTH, Winfried. **Panorama da semiótica de Platão a Peirce.** São Paulo: Annablume, 1998.

PIAGET, Jean. **A situação das ciências do homem no sistema das ciências**. Lisboa: Bertrand, 1970.

POPPER, Karl R. **Conhecimento objetivo (Objetive Knowledge).** Belo Horizonte: Itatiaia, 1975.

PRIOR, Arthur. **Three-valued and Intuitionist Logic in Formal Logic**. 2. ed. Oxford: Claredon Press, 1962.

RESCHER, Nicholas. **Topics in philosophical logic.** Dordrecht, Holland, D. Reidel Publishing Company, 1968.

RUSSELL, Bertrand. **On denoting: in Logic and Knowledge**. Edited by Robert Charles Marsh. London: George Allen & Unwin LTD (Ruskin House Museum Street), 1956.

SHEFFER, Henry Maurice. **A set of five independent postulates for Boolean algebras with applications to logical constants**, Transactions of the American Mathematical Society. USA: Editora Press of the New Era Printing Company, 1913.

TARSKI, Alfred. A concepção semântica da verdade. MORTARI, César Augusto; DUTRA, Luiz Henrique de Araújo (Org.). **Textos clássicos de Tarski**. Tradução de Celso Reni Braida, Cezar Augusto Mortari, Jesus de Paula Assis e Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

TARSKI, Alfred. The Semantic Conception of Truth: and the Foundations of Semantics**. Philosophy and Phenomenological Research**, Published by: International Phenomenological Society. v. 4, Issue 3, 1944.

VIEHWEG, Theodor. **Tópica e Jurisprudência.** Coleção Pensamento Jurídico Contemporâneo, v. 01. Ministério da Justiça em co-edição com a Editora Universidade de Brasília, Brasília: Departamento de Imprensa Nacional, 1979.

VIEHWEG, Theodor. **Tópica y filosofía del derecho**. Barcelona: Gedisa, 1991.

WAJSBERG, M. **Logical works.** Ed. By S. Surma, Ossolineum, Wroclaw. Polish Academy of Sciences. 1977.