Uma análise do Pensamento Argumentativo Geométrico com Atividades de Provas Experimentais

An Analysis of Geometric Argumentative Thought with Experimental Evidence Activities

Sabrina Alves Boldrini Cabral[1]

Eliane Scheid Gazire [2]

RESUMO

Neste artigo, apresentamos um recorte da pesquisa "Desenvolvendo o Pensamento Argumentativo Geométrico: Construindo práticas Investigativas". A pesquisa foi desenvolvida no sentido de propor situações de ensino que levassem o aluno a: observar, experimentar, refletir, conjecturar e refutar. A atividade aqui descrita – "Curvas, Superfícies e Arquitetura" –, foi construída com objetivo de analisar, de acordo com o modelo proposto por Balacheff (2000), o nível de prova geométrica encontrado nas argumentações dos 29 alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Médio da rede pública de ensino do Estado de Minas Gerais, bem como apresentar subsídios de que o ensino com provas e demonstrações, partindo da experimentação, pode levar o aluno a desenvolver um nível mais elevado de compreensão geométrica. Nesse sentido, apresentamos alguns dados resultantes da aplicação dessa atividade em sala de aula seguidos de algumas reflexões relacionadas.

Palavras – chave: Curvas cônicas. Argumentação e prova. Pensamento racional.

ABSTRACT

In this paper, we present a review of the research "Developing Geometric Argumentative Thinking: Constructing Investigative Practices". The research was developed in order to propose teaching situations that would lead the student to: observe, experiment, reflect, conjecture and refute. The activity described here: "Curves, Surfaces and Architecture", was constructed with the objective of analyzing, according to the model proposed by Balacheff (2000), the level of geometric evidence found in the arguments of the 29 students of a 3rd grade class of the public education system of the State of Minas Gerais, as well as to present subsidies that teaching with evidence and demonstrations, based on experimentation, can lead the student to develop a higher level of geometric comprehension. In this sense, we present in this article some data resulting from the application of this activity in the classroom followed by some related reflections.

Keywords: Conical curves. Argumentation and proof. Rational thinking.

[1] Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela PUC/Minas. Professora de Matemática da Educação Básica na rede pública de ensino do Estado de Minas Gerais; docente do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG / Carangola). E-mail: sabrinaboldrinicabral@hotmail.com.

[2] Doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Coordenadora e docente no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas). Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil. Endereço eletrônico: E-mail: egazire@terra.com.br.

Recebido em: 24/09/2018 Aceito em: 27 /03/2019

1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho, iremos discutir o processo de construção do Pensamento Geométrico por meio de atividades de provas experimentais. O presente artigo traz um recorte da pesquisa “Desenvolvendo o Pensamento Argumentativo Geométrico: construindo práticas investigativas”, realizada no ano de 2016, com alunos de diferentes níveis de ensino da rede pública de ensino do Estado de Minas Gerais. Destacamos que essa pesquisa foi construída com intuito de conhecer e analisar as percepções desses estudantes em suas construções argumentativas quando submetidos a um processo de Prova Geométrica.

Iniciamos essa discussão, destacando que, desde os tempos mais antigos, os indivíduos relacionam os acontecimentos de determinados fatos à sua intuição. Exprimem sentimentos e opiniões individuais e de grupos, variando de acordo com as condições por eles vivenciadas. Agrupam ou distinguem as coisas e fatos, de forma intuitiva, através de semelhanças ou diferenças que lhes são perceptíveis. Na história da filosofia, Chauí (2000), aponta para dois exemplos célebres de intuição que se encontram em: Platão [século IV a.C.] e Descartes [século XVII].

Na narrativa do “Mito da Caverna”, Platão conta o que se passa com um prisioneiro que, ao sair da escuridão da caverna, vê a luz do Sol e, em lugar de sombras, vê as próprias coisas. Nessa passagem, Platão compara o prisioneiro ao filósofo que, ao fazer o percurso do conhecimento, vê a luz do “Bem” e contempla as ideias verdadeiras. Nesse caso, o conhecimento é intuitivo porque é direto, imediato, sem necessidade de demonstrações, argumentos e provas.

Assim como Platão, o filósofo francês Rene Descartes, em sua obra intitulada **Discurso do Método**, também descreve o pensamento humano como um conhecimento intuitivo. Segundo o autor, ao pensarmos, sabemos que estamos pensando e não precisamos, dessa forma, provar ou demonstrar isso. Na concepção de ambos os filósofos, o conhecimento é um tipo de intuição que é adquirido através de fatos vivenciados.

Ao contrário da intuição, o Pensamento Geométrico é um ato que necessita de provas, demonstrações e argumentações, perpassando por formulações, até atingir um patamar de rigor lógico. Não é apenas um ato intelectual, mas sim vários atos intelectuais que se conectam com o objetivo de formar todo um processo de conhecimento. Então, parece-nos natural pensar que, para nossos alunos, não é fácil a compreensão e a aprendizagem dessa estrutura.

Nos últimos tempos, encontramos na literatura, diversas pesquisas relacionadas às dificuldades em ensinar e aprender Geometria, como nos mostra Gazire (2000, p. 198), ao destacar em sua pesquisa “O não resgate da Geometria, uma triste realidade do ensino de Geometria”, que “o professor não resgata a Geometria, dentre outros motivos, por ser vítima de um processo vicioso: não aprendeu Geometria então não ensina”.

De uma maneira geral, Gazire (2000) aponta para uma enorme lacuna no que diz respeito à formação dos professores de Matemática com relação a esse conhecimento. Em pesquisa realizada com 200 professores, matriculados em um curso de pós-graduação *lato sensu*, constatou-se que, embora a maioria desses professores considerasse ser de fundamental importância, para o desenvolvimento do aluno, ter contato com o conhecimento geométrico, muitos desses profissionais apresentaram uma imensa fragilidade para trabalhar com essa disciplina.

Acreditamos que as dificuldades no ensino e aprendizagens geométricas não se restringem apenas à complexidade do assunto (seus postulados e teoremas), mas residem também no fato de que os aspectos cognitivos envolvidos nesse processo de construção não podem ser gerados somente da definição Matemática. Há alguns aspectos geométricos que, para serem compreendidos, necessitam percorrer um caminho pelo qual as experiências prévias vivenciadas por um indivíduo irão construir estruturas conceituais, as quais poderão auxiliar nesse desenvolvimento.

Nesse sentido, compreendemos que, ao ensinar Geometria, deve-se incluir a possibilidade de incorporar diferentes contextos a esse conhecimento. Considerando que os conceitos geométricos são formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às formulações que enunciam e pelas verificações que realizam, entendemos que a utilização de atividades de provas experimentais é importante na construção desse pensamento, pois abrem caminhos para a investigação e para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Sabemos que os estudantes trazem, ao longo de sua formação, suas próprias ideias, intuições e imagens que vêm da própria experiência; nessa perspectiva, reafirmamos que a tarefa do ensino e da aprendizagem geométrica não é simples. No entanto, o desenvolvimento desse conhecimento pode ser alcançado, dando oportunidade ao aluno de observar, analisar, conjecturar e provar.

2 ASPECTOS COGNITIVOS E DIDÁTICOS DAS PROVAS EXPERIMENTAIS

Temos observado, com o passar do tempo, crescente busca pela compreensão do papel das provas e demonstrações no ensino. Diversas pesquisas relacionadas ao assunto apontam que a dificuldade do aluno em formular uma demonstração está diretamente relacionada à sua falta de maturidade matemática. Diante desse obstáculo e, dada sua importância para a compreensão conceitual de uma determinada propriedade geométrica, outros pesquisadores vêm buscando formas de enfrentar esse problema, apresentando trabalhos cujo objetivo principal é lidar com as dificuldades que surgem em sala de aula.

Estudos realizados por Balacheff (2000) trazem uma noção de prova sobre o ponto de vista da Matemática praticada pelos alunos. Nesse estudo, o pesquisador utiliza uma abordagem experimental, permitindo que os processos de prova utilizados na resolução de um problema possam ser entendidos mais facilmente. Em particular, Balacheff (2000) analisa como os alunos se comportam quando desafiados a provar uma solução dada a um determinado problema e como fazem para validar seus resultados.

A pesquisa realizada por esse autor foi desenvolvida em uma escola de Ensino Fundamental, com 28 alunos com idades entre 13 e 14 anos. Foi escolhido para o estudo um problema, cujo objetivo era descobrir e justificar a fórmula para o cálculo do número de diagonais de um polígono; o problema foi dado aos alunos sem antes explanar a definição de polígonos ou diagonais. Segundo Balacheff (2000), esse problema foi escolhido como uma forma de observar a possibilidade de reconstrução de conceitos anteriormente adquiridos.

É importante observar que a estratégia seguida por Balacheff (2000) oferece ao aluno a oportunidade observar e analisar um fato de acordo com conhecimento que foi adquirido ao longo de sua vida escolar. Esse tipo de abordagem parece reforçar a nossa hipótese de que a apropriação de um conceito é obtida através da experimentação. Com base nas soluções apresentadas pelos alunos, Balacheff (2000), observou que grande parte deles julgava ser necessária a produção de uma prova, no entanto, na maioria das argumentações construídas, a linguagem matemática utilizada pelos alunos, apresentava-se de forma bem primitiva, ou seja, apresentavam-se sem nenhum rigor lógico.

De acordo com Balacheff (2000), para que os alunos alcancem um rigor mais elevado de argumentação, faz-se necessário que haja uma reconstrução do pensamento. Para que o aluno possa provar ou demonstrar uma determinada propriedade matemática, é preciso que este reconstrua razões que estão implícitas em sua mente, ou seja, o conhecimento que até agora, agiu para fora, torna-se objeto de reflexão, de discursos e divergências. A linguagem matemática deve ser utilizada não apenas como uma ferramenta, mas como um meio de comunicação.

Para Nasser e Tinoco (2003), é possível que a dificuldade de provar esteja relacionada, ao fato de que a maioria dos alunos não esteja aprendendo a pensar e raciocinar quando estudam diversos conteúdos matemáticos:

> [...] os jovens não estão habituados a pensar e comunicar suas ideias. Isto é, na maioria das escolas, o aluno ainda é levado a resolver uma lista enorme de exercícios repetitivos, que para ele não tem significado algum. Não vendo uma ligação significativa do conteúdo com sua vida, o aluno apenas repete os modelos dados pelo professor ou aplica fórmulas e em nenhum momento é questionado ou levado a pensar por que a resposta é aquela, ou mesmo se a resposta é coerente, plausível com a pergunta do problema. (NASSER; TINOCO, 2003, p.1- 2).

É interessante observarmos que os autores compreendem que as dificuldades encontradas por alunos em formular uma prova estão diretamente relacionadas à sua falta de experiência e maturidade matemática e a forma pela qual a Matemática vem sendo apresentada a eles. Por isso, acreditamos ser necessário levar em consideração que, ao trabalhar com métodos de prova, é preciso que o professor esteja atento ao nível de desenvolvimento cognitivo do aluno e ao caminho pelo qual as experiências prévias vivenciadas por eles construirão estruturas conceituais que poderão ajudar ou impedir esse desenvolvimento.

Produzir provas e demonstrações e dominar seu processo lógico dedutivo são competências que precisam ser alcançadas pelos alunos, que devem buscar compreendê-las em sua complexidade e tratá-las como um tema passível de um processo de evolução no ensino de Matemática. Dessa forma, cabe ao professor focar em suas aulas atividades que tenham como objetivo ajudar o aluno a desenvolver competências para um pensar que leve aos caminhos da experimentação e da argumentação, buscando procedimentos apropriados às ações de educar e ensinar Matemática em consonância com o nível de desenvolvimento cognitivo do seu aluno.

2.1 Prova e Argumento

A Matemática, essência da ciência dividida pela lógica, deveria ser vista como um espaço de argumentação em sala de aula, pois é o melhor exemplo de racionalidade. Esse entendimento da Matemática tem sido amplamente discutido pelos Educadores Matemáticos, que têm adotado a posição de que a Matemática deve ser concebida como um meio ou instrumento indispensável à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos.

Assim, ao falarmos em Matemática, com a perspectiva de uma formação integral, humana e crítica do aluno, devemos falar em prova ou demonstração. De acordo com Lakatos (1978), o conceito de prova diz respeito ao desenvolvimento e elevação da compreensão que o aluno deve ter sobre determinado fato ou acontecimento. É um conceito que não apenas difunde-se em seu trabalho na Matemática, mas também, em todas as situações em que uma conclusão é alcançada ou uma decisão é construída.

Convém aqui destacar que, seja no campo da Matemática ou em qualquer outro ramo do conhecimento, a prova é uma ferramenta essencial, pois, conduz a um exercício que possibilita a comunicação entre sua construção e sua formalização. Não importa se são os físicos tentando formular teorias do universo, analistas de bolsa de valores tentando prever a próxima quebra de mercado ou neurobiólogos construindo modelos da função cerebral, o que se percebe é que todos eles, em suas atividades diversas otimizam seus resultados por meio de um modelo matemático que obviamente é aceito como uma verdade devido à sua prova.

Segundo Lakatos (1978), uma prova matemática pode ser encarada como um desenvolvimento significativo do pensamento matemático que leva à apreensão de situações complexas. Através do ato de provar, podemos dar significado ao processo que o indivíduo emprega para tirar ou criar uma conclusão a respeito de determinada observação.

A prova representa um produto da atividade humana em que a verdade ou a autenticidade é garantida. Quando o professor utiliza em suas aulas processos de provas ou demonstrações, possibilita que aluno reconheça a Matemática como um conhecimento social e que seus significados não devem apenas ser eficientes na resolução de uma determinada situação-problema, mas que eles devem ser coerentes com os resultados que são socialmente reconhecidos.

É importante notar que, enquanto na Matemática vemos um significado único e bem delimitado para a prova, no Ensino vemos pesquisadores buscando alternativas para abordá-la em sala de aula. A forma como a Matemática é ensinada, de acordo com Balacheff (2000), priva os alunos de uma responsabilidade com a verdade. Esse fato é particularmente notável quando um problema proposto se apresenta na forma: "mostre que", um enunciado desse tipo já diz ao aluno que essa situação é verdadeira, assim o que ele tem que fazer é apenas escolher um critério de resolução que será aceita ou não se satisfizer o professor.

Cabe aqui ressaltarmos que, no processo de construção do pensamento matemático, uma prova não é somente um objeto, mas também é um processo de comunicação matemática que pode auxiliar os alunos a alcançarem novas dimensões na estruturação desse saber. Lamentavelmente, percebemos que a redução radical da atividade de prova no ensino de Matemática tem um preço muito alto no desenvolvimento do Pensamento Argumentativo Geométrico. Acreditamos que seu ensino vem falhando porque nós, frequentemente, ignoramos quando e por que uma prova matemática faz-se necessária.

Nessa perspectiva, entende-se que a função da prova no ensino de Matemática é de estabelecer conexões entre o conhecimento empírico e o conhecimento científico, não para transformar o empírico em científico, mas para explorar as contradições e limitações de um de outro, contrapondo, assim, diferentes interpretações que favorecem atitudes reflexivas, críticas e investigativas.

2.2 Os níveis de prova propostos por Nicolas Balacheff

Balacheff (2000) identifica dois tipos básicos de provas, denominados de: Prova Pragmática e Prova Conceitual. Segundo ele, uma Prova Pragmática é aquela que recorre a testes de validade, busca de regularidades, exemplos ou desenhos para justificar um determinado resultado, chamados pelo autor de Recursos de Ação, ou seja, sem formalismo lógico, apresentados por meio de exemplos.

Uma Prova Conceitual caracteriza-se, de acordo com Balacheff (2000), por formulações de propriedades e conexões existentes entre elas. As demonstrações matemáticas são exemplos desse tipo de prova, ou seja, não recorrem aos recursos utilizados pelas Provas Pragmáticas no momento de formular propriedades e possíveis relações entre elas e um determinado objeto.

Entre os vários tipos de provas Conceituais e Pragmáticas, Balacheff (2000) aponta para quatro tipos principais que possuem uma posição privilegiada no desenvolvimento cognitivo do aluno: o Empirismo Ingênuo, o Experimento Crucial, o Exemplo Genérico e a Experiência de Pensamento:

- Empirismo Ingênuo: consiste em chegar a um resultado verdadeiro através da verificação de vários casos. Estes são muito rudimentares e também são insuficientes meios de prova.
- Experimento Crucial: a expressão experimento crucial refere-se a um experimento que permite que uma escolha seja feita entre duas hipóteses, considerando que o resultado obtido deve ser considerado diferente em uma ou outra hipótese.
- Exemplo Genérico: o exemplo genérico envolve fazer explícitas as razões para a verdade de uma proposição por meio de operações ou transformações feitas em um objeto, ou seja, parte da análise de uma propriedade particular para se chegar a uma propriedade geral.
- Experiência de Pensamento: envolve a ação internalizada destacando-se de uma forma particular de representação. Isso ocorre por meio de um desenvolvimento narrativo temporal, em que as operações e fundamentações das provas percorrem um outro caminho, ou seja, exige uma maior maturidade matemática.

Para Balacheff (1988), a passagem do aluno de um tipo de Prova Pragmática para um tipo de Prova Conceitual requer certa distância do modo como a ação pode ser descrita; o caminho para

Provas Conceituais está essencialmente na qualidade daquelas situações genéricas vistas pelo aluno anteriormente, ou seja, seu conhecimento adquirido.

3 ANÁLISE DO PENSAMENTO ARGUMENTATIVO GEOMÉTRICO

Investigar a construção do pensamento argumentativo geométrico partindo de atividades de provas experimentais pressupõe caminhar em dois sentidos diferentes, porém complementares: o primeiro, diz respeito ao estudante da Educação Básica, buscando identificar o nível de prova matemática utilizada por ele para demonstrar uma determinada propriedade geométrica. O segundo, em relação ao estudante do curso de Licenciatura em Matemática, futuro professor da Educação Básica, na perspectiva de verificar como esse discente compreende um processo de prova matemática.

Entende-se que o caminho para se chegar à consolidação das ideias geométricas é longo, pois parte da análise do tipo de prova encontrado nas argumentações feitas por alunos da Escola Básica e da evolução desses argumentos encontrados nos alunos em nível universitário. A questão fundamental é que a prova deve ser vista como uma forma de argumentação, que tem valiosos benefícios para o desenvolvimento de competências e habilidades que podem contribuir diretamente na formação de um corpo de conhecimento matemático.

Sabe-se que a prática da argumentação exige um raciocínio apurado e ao mesmo tempo um estado específico de conhecimento, além de envolver um compromisso com uma abordagem de resolução de problemas não só na sua eficácia (uma exigência prática), mas também com seu rigor (a exigência teórica). Investigar um problema a partir da Geometria e demonstrar seu resultado construído de uma forma mais geral, analisando modos de aplicação de uma teoria, é um processo de construção desse conhecimento. Esse processo pode caminhar para novas descobertas, gerar debates e, certamente ajudar na formação de um pensamento geométrico mais avançado.

Ao adentrarmos nesse campo investigativo, vivenciamos conflitos que nos fazem transitar entre a certeza e a dúvida, como também, entre as contradições e a necessidade de trazer algo novo para o conhecimento.

3.1 Apresentando nossa pesquisa

Conforme sinalizado anteriormente, essa pesquisa foi desenvolvida com intuito de conhecer as percepções dos estudantes de diferentes níveis de ensino em suas construções argumentativas, identificando os saberes que os circundam. Apresentaremos, neste trabalho, os resultados obtidos na aplicação da atividade: Curvas, Superfícies e Arquitetura.

A atividade aqui relacionada faz parte de um conjunto de seis atividades de Provas Experimentais, que foram construídas na pesquisa realizada por Cabral (2017), as quais compõem o “Caderno de Provas Experimentais: Construindo Práticas Investigativas em Geometria”, elaborado pela pesquisadora. Quanto aos participantes dessa investigação, contamos com 29 alunos matriculados no 3º ano do ensino médio da rede pública de ensino do Estado de Minas Gerias, cujas idades variavam entre 17 e 19 anos.

A atividade aqui descrita foi desenvolvida com o intuito de analisar, de acordo com o modelo proposto por Balacheff (2000), o nível de prova geométrica encontrado na argumentação desses alunos quando submetidos a um processo de argumentação geométrica. Nesse trabalho, o conceito de prova (argumentação) diz respeito ao desenvolvimento e elevação da compreensão matemática que o aluno tem a respeito de uma determinada propriedade geométrica.

Essa pesquisa foi realizada no primeiro semestre do ano de 2016, no momento em que estávamos realizando com a turma o estudo das propriedades das Cônicas. A atividade aplicada seguiu uma sequência didática, que em linhas gerais, foi organizada da seguinte forma: inicialmente, fez-se uma abordagem geral sobre o assunto que iríamos tratar durante a realização da atividade. Acreditamos ser importante que o professor explique para os alunos em que sentido a aula será desenvolvida, pois essa prática possibilita a produção de significados que serão compartilhados entre os alunos e o professor no contexto da atividade.

Com o intuito de significar conceito ou a propriedade geométrica que seria demonstrada a partir da experimentação, utilizamos um texto-base (extraído do próprio livro didático), que trazia uma aplicação do conteúdo abordado em situações de práticas. O processo de leitura, de acordo com Silva e Rêgo (2006), possibilita meios para que o aluno se torne um agente ativo e interativo na formação de seu próprio conhecimento. Na etapa seguinte, foi proposto aos alunos que realizassem a construção geométrica dos ramos da hipérbole e que com base na construção feita, que demonstrassem algumas de suas propriedades.

Compreendemos que a elaboração de estratégias de resolução de uma situação proposta dá oportunidade ao aluno de aprimorar o pensamento matemático. Para Lorenzato (2006, s/p.), esse tipo de metodologia é um “processo que permite ao aluno se envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar-se com os colegas”. No final da atividade, partindo da socialização dos resultados apresentados, com base nos argumentos construídos pelos alunos, fez-se uma sistematização das propriedades abordadas por eles, buscando de maneira geral, acrescentar alguns elementos importantes para o desenvolvimento do pensamento construído.

Conforme já sinalizamos, para que pudéssemos compreender o nível de prova matemática encontrado nos argumentos apresentados pelos alunos, os resultados foram analisados de acordo com o modelo propostos por Balacheff (2000).

3.2 Curvas, Superfícies e Arquitetura: resultados e discussões

Os recortes que apresentaremos a partir de agora são uma síntese dos resultados obtidos na atividade desenvolvida. Optamos por realizar algumas transcrições das falas e de alguns pontos que julgamos caracterizadores do processo desencadeado durante o experimento. Os registros escritos dos alunos foram analisados com intuito de descortinar a relação entre a compreensão expressa pela fala e a escrita usada para representar tal compreensão.

Prosseguindo o estudo das “Superfícies Cônicas”, iniciado com a turma do terceiro ano “A”, no final do mês de maio do ano de 2016, foi introduzido o conteúdo relacionado ao estudo das Hipérboles, partindo da atividade experimental: Curvas, Superfícies e Arquitetura.

Sabemos que, muitas vezes, falta tempo para o estudo completo das Cônicas no Ensino Médio. Entretanto, é necessário que algumas ideias centrais sejam construídas. Dessa forma, buscamos com esse experimento trabalhar algumas propriedades das Hipérboles, de forma que pudéssemos levar os alunos a perceber a importância de um conhecimento elementar como um meio de desenvolvimento pessoal e social.

Por ser essa curva pouco conhecida pelos alunos, iniciamos o experimento, apresentando algumas imagens de construções arquitetônicas onde poderiam ser encontradas formas que se assemelhassem a ela. Mesmo considerando que muitas das obras apresentadas não faziam parte do conhecimento cotidiano desses alunos, acreditávamos que ao utilizarmos imagens desse tipo, estávamos ampliando as possibilidades de aprendizagem desses alunos, proporcionando inclusive, uma reflexão crítica sobre o que estavam aprendendo.

Com o objetivo de definir o conceito de hipérbole e identificar alguns de seus elementos, iniciamos o experimento com a construção geométrica do ramo da Hipérbole, seguindo modelo o proposto por Costa (2007). Por se tratar de uma construção um pouco complexa, optamos por realizá-la na lousa junto com a turma, orientando-os passo a passo nesse processo de construção.

De acordo com Fetissov (1994), é importante prestar atenção ao papel desempenhado pelo desenho na demonstração de um teorema ou propriedade geométrica. Para o pesquisador, deve-se ter em mente que o desenho é apenas um meio auxiliar para a demonstração, que é apenas um caso particular de todo o processo de demonstração.

Durante o desenvolvimento dessa etapa, percebemos que alguns alunos apresentavam um pouco de dificuldade em manusear os instrumentos geométricos utilizados para a construção do desenho. Acreditamos que essa dificuldade esteja relacionada à ausência de atividades de construções geométricas em toda a Educação Básica. Apesar de não ser padrão nas aulas de Matemática, entendemos a importância do Desenho Geométrico como forma de auxiliar na aprendizagem conceitual e prática de alguns de seus objetos.

Para Gaspar (2005), nem sempre é possível a quem planeja uma atividade de prova experimental saber quais os limites ou qual o alcance dessa intersubjetividade, ou seja, quais ideias serão bem entendidas e quais terão sua explicação adiada para uma atividade posterior.

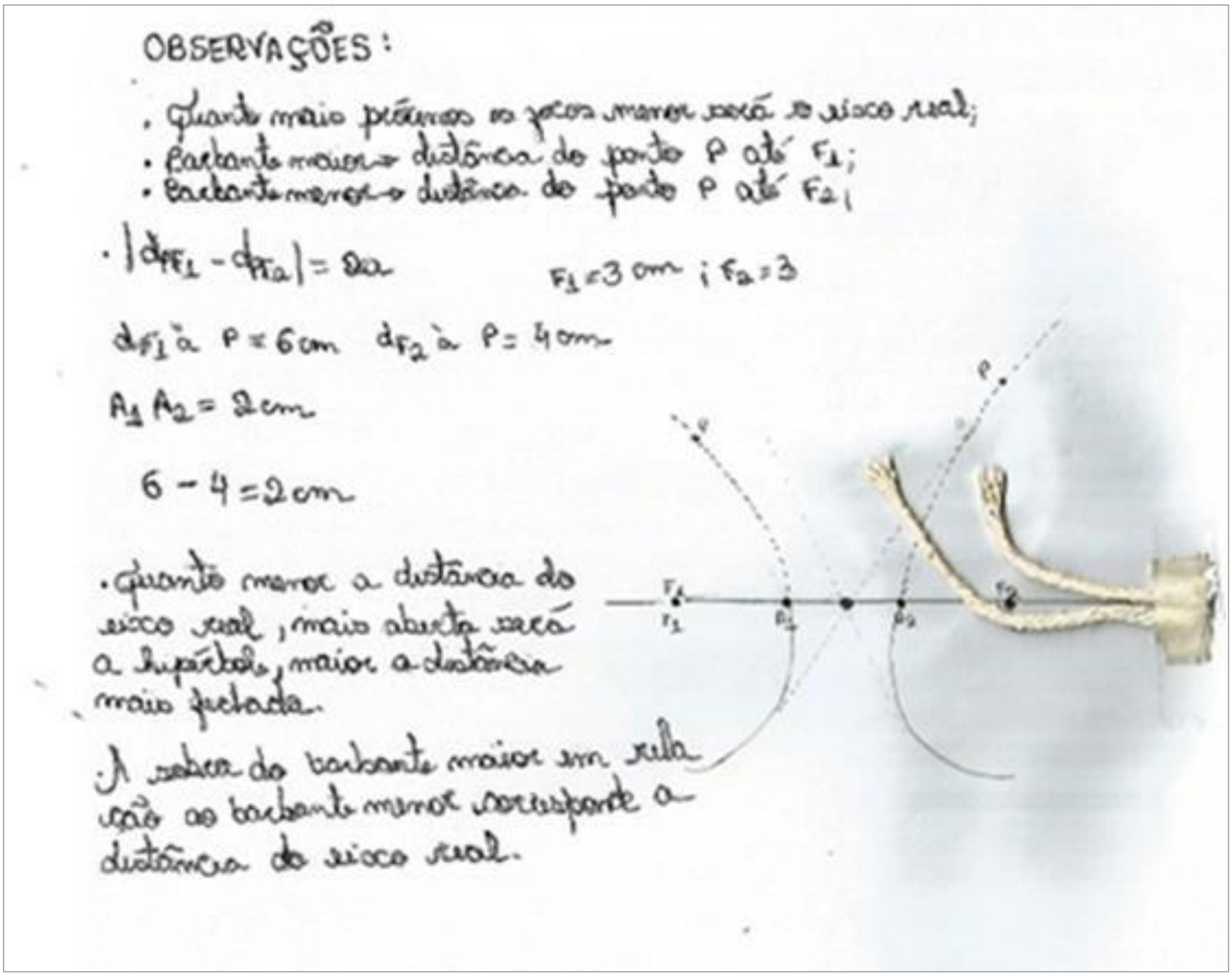
Figura 1 - Construção Geométrica do Ramo da Hipérbole

Fonte: Dados da pesquisa, 2016.

Terminada a Construção Geométrica dos Ramos da Hipérbole, na etapa seguinte, para que pudessem compreender a condição que a define, orientamos aos alunos que escolhessem um ponto qualquer no Ramo construído e que medissem, com o auxílio de um pedaço de barbante, a distância desse ponto a cada um de seus focos, anotando os valores obtidos e comparando- os com as distâncias desse ponto aos focos da hipérbole. Esperávamos que os alunos fossem capazes de interpretar as informações observadas e adicionar a elas conhecimentos matemáticos anteriormente adquiridos, para que, então, pudessem construir argumentos que definissem essa curva. Acreditamos que esse tipo de abordagem potencializa a produção do conhecimento, pois permite que o aluno estabeleça conexão entre os saberes teóricos e práticos.

Assim, ao analisarmos os argumentos construídos, notamos que, dos 29 alunos que participaram da atividade, 18 deles objetivaram-se em estabelecer que as relações existentes entre a distância do ponto P (ponto qualquer sobre um dos ramos da hipérbole) e os pontos F1 e F2 (focos da hipérbole) estavam relacionadas ao comprimento do barbante. Percebemos, nas argumentações construídas, o uso de uma linguagem matemática pouco rigorosa. Balacheff (1988) classifica esse tipo de argumentação como um tipo de Prova Pragmática, nessa caracterização fica implícita a ideia de que, ao desenvolverem estratégias para solucionar uma determinada situação dada, os alunos não se preocupam em provar esse fato como uma verdade matemática, como podemos perceber no argumento apresentado por um desses alunos, conforme mostra a figura 02:

Figura 2 - Argumentação construída pela aluna L para provar a situação observada

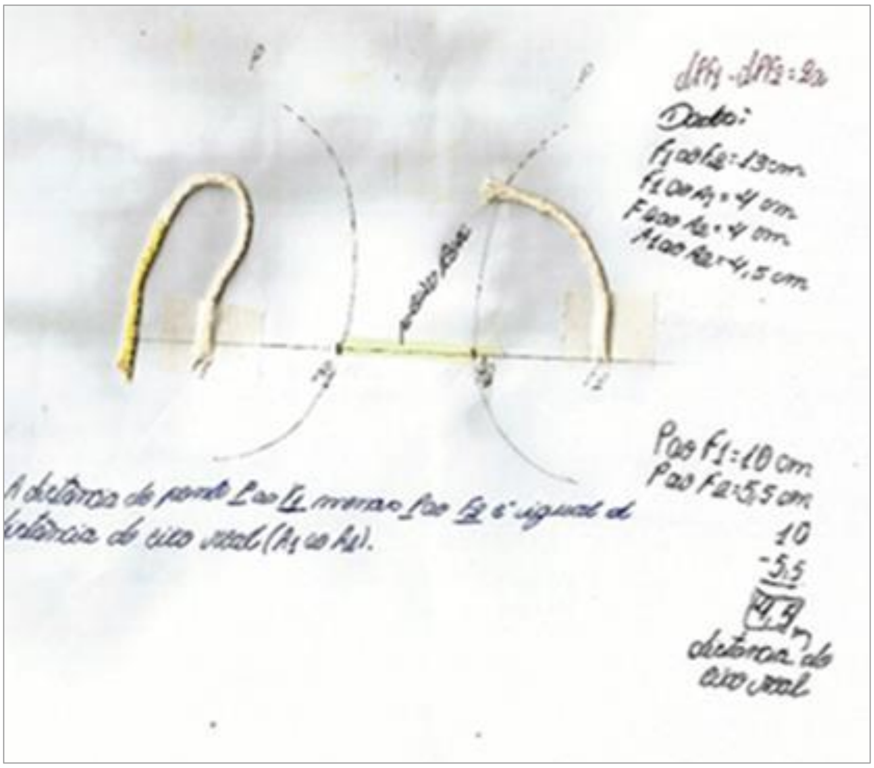


Fonte: Dados da pesquisa, 2016.

Para Balacheff (1988), esse tipo de argumento revela um obstáculo que frequentemente é observado na forma como o aluno concebe e formula uma afirmação. Percebe-se que as ideias matemáticas ou até mesmo as linguísticas que eles são capazes de construir, correspondem apenas à necessidade de satisfazer a exigência prática do problema apresentado, deixando de lado a necessidade de satisfazer sua exigência teórica.

Notamos também, que em, 06 dos casos analisados, os alunos buscaram apresentar um conjunto de informações numéricas e operações matemáticas, embora não tenham conseguido explicar bem, o que de fato queriam concluir, conforme mostra figura 03:

Figura 03 – Resultados apresentados para justificar a situação observada



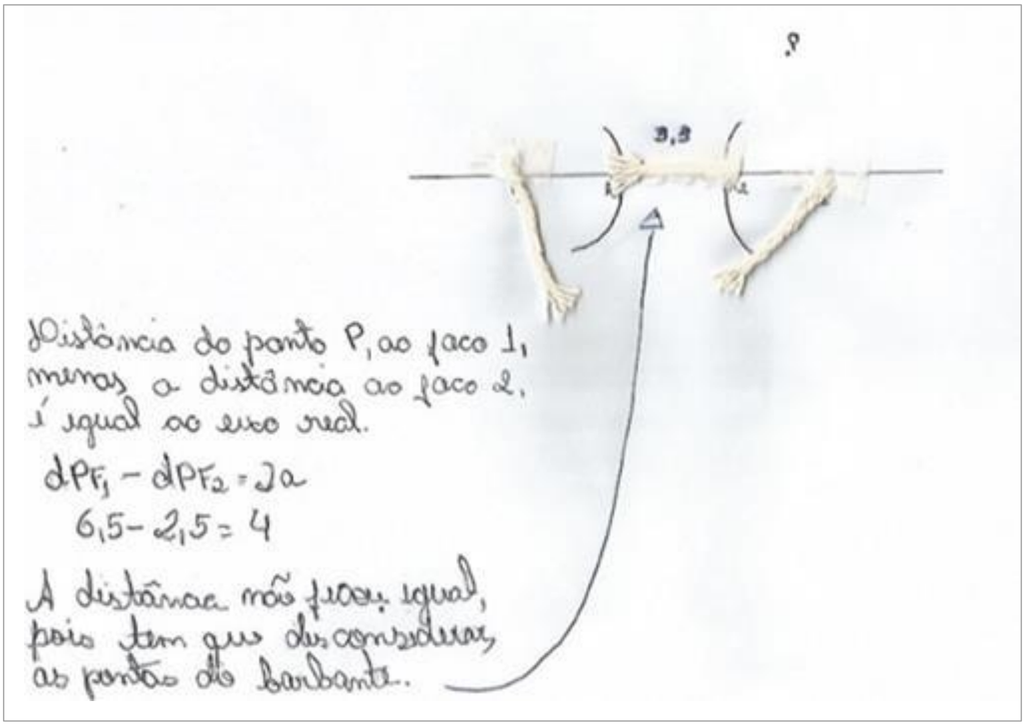
Fonte: Dados da pesquisa, 2016.

Percebemos, nesse tipo de argumento, uma tentativa de aprimorar a linguagem matemática envolvida na resolução do problema. De acordo com Balacheff (1988), esse procedimento de prova é identificado como Empirismo Ingênuo, pois é marcado pela ausência de processos de validação. Para o pesquisador, nesse tipo de argumentação os alunos estabeleceram a solução para a situação proposta com base na experimentação de exemplos.

Para Nasser e Tinoco (2003), ao utilizar esse tipo de linguagem, o aluno busca uma melhor forma de expressar a compreensão que obteve dos elementos matemáticos envolvidos no problema. Segundo as pesquisadoras, ao apresentar esse tipo de argumentação, acredita-se, que em seu zelo crítico, os alunos entenderam o conceito de hipérbole e que a conjectura apresentada, representa a sua maneira de interpretar o problema.

Nos demais argumentos construídos, notamos que, na tentativa de justificar o erro da solução apresentada, os alunos levaram em consideração a quantidade de barbante que utilizaram na construção, conforme mostra figura 04.

Figura 04 - Argumento apresentado pela H para justificar o erro obtido na conclusão



Fonte: Dados obtidos na pesquisa, 2016.

Esse tipo de justificativa, de acordo com Balacheff (2000), indica uma “disposição” dos alunos em tentar estabelecer uma solução geral para o problema, mas essa “disposição” é dificultada pela falta de uma ferramenta conceitual eficiente que lhes possibilite relacionar as propriedades dos objetos envolvidos no problema com o processo de solução apresentado. Para Balacheff (2000), a falta de um meio linguístico operatório é uma das principais razões para a ausência de provas conceituais.

Em todos os casos analisados, percebemos que os alunos se encontram em um nível de prova denominado “Empirismo Ingênuo”. Notamos que, ao tentarem expressar matematicamente a justificativa apresentada, os alunos esbarraram na dificuldade de desligarem-se do contexto situacional que lhes foi apresentado. Não é difícil perceber que, em todos os argumentos construídos, os alunos procuraram demonstrar a veracidade da afirmação feita recorrendo à experiência e à observação dos fatos, ressaltando assim, a relevância de que a estratégia utilizada permite uma formação significativa da aprendizagem.

Como é comum em todo o processo de aprendizagem, o resultado final é apenas uma parte de todo o caminho que deverá ser percorrido; assim, os questionamentos que surgem durante esse processo e as eventuais tentativas de respostas tornam-se mais importantes que a resposta correta no final do procedimento.

No entanto, não há como negar que o experimento aqui proposto possibilitou a formação de elementos constitutivos do conhecimento matemático. Entendemos que a intencionalidade aqui apresentada aponta para uma melhor compreensão do fato observado.

No final da etapa, propusemos aos alunos uma socialização dos argumentos construídos. Mesmo considerando que os níveis de compreensão da situação proposta não fossem o mesmo para todos, observamos que, no momento de validar a solução, os alunos escolheram a argumentação que todos consideravam mais apropriada. De acordo com Lakatos (1978), a dimensão social dessa dialética é muito importante para o pesquisador, os alunos devem aprender a Matemática como um conhecimento social, assim, os significados construídos pelos alunos devem ser coerentes com os resultados que são socialmente reconhecidos.

Dessa forma, consideramos que, na perspectiva de construir significados para atividade geométrica, considerando a importância de desenvolver nos alunos a capacidade de estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e as demais áreas do conhecimento, o experimento realizado evidenciou que, apesar de utilizarem uma linguagem matemática pouco rigorosa, estes se demonstraram capazes de construir argumentos com base nos referenciais da leitura e da escrita que lhes foram apresentados.

Constata-se assim, que o conhecimento é o resultado de uma experiência pessoal com as informações e que a realização de atividades experimentais possibilita o domínio de conceitos; a flexibilidade de raciocínio e a capacidade de análise e abstração do aluno, e que essas capacidades são necessárias em todas as áreas de estudo; principalmente na Matemática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ideia de seguir o paradigma de uma aprendizagem centrada em conteúdos e premida pela necessidade de medir de forma objetiva o "sucesso" ou "fracasso" da Matemática escolar é deixar de lado aspectos importantes que envolvem todo esse processo educacional. A aprendizagem é condição necessária e essencial do desenvolvimento potencial do sujeito e tem influência direta no processo de construção do seu conhecimento.

Ao iniciarmos essa pesquisa, investigando o processo de construção do pensamento Geométrico, chegamos à reflexão de que as diversas mudanças ocorridas na estruturação desse conhecimento, em um espaço de tempo tão curto, acarretaram uma inesperada rebelião intelectual, mudando de maneira significativa a forma do indivíduo de ver o mundo. A visão de mundo que relacionava determinados fatos ou acontecimentos à intuição humana, variando de acordo com as condições vivenciadas por um indivíduo ou por grupos de indivíduos, deu lugar a um conhecimento estruturado na conceitualização do espaço processada e organizada de forma lógica e sistematizada.

Com um pensar reflexivo e sistemático sobre a construção do conhecimento geométrico, percebemos que, ao longo dos séculos, a natureza desse pensamento procurou apoiar-se na solidez de seus argumentos. De fato, desde os Elementos de Euclides, uma verdade geométrica é consistente quando garante que todo seu processo é fundamentado em um sistema formal.

Elevando o pensamento geométrico ao conhecimento racional, verificamos que, qualquer fato ou enunciado deve ter uma “razão” ou uma causa determinante para existir. Em se tratando de habilidades e competências, entendemos que a relação estabelecida entre os objetivos para a aprendizagem geométrica e aquilo que os alunos demonstram como conhecimento efetivamente construído nem sempre são os mesmos. Quando visto dessa forma, compreender em que nível se encontra um pensamento argumentativo geométrico de um indivíduo significa saber em que ponto se está e o que é preciso fazer para se chegar aonde se pretende.

No que diz respeito ao ensino de Matemática por meio de provas e demonstrações, acreditamos que, mais do que permitir que as hipóteses confirmem veracidade aos teoremas, as provas têm o efeito de questionar essas condições e promover o entendimento matemático.

Sabemos que existem muitos exemplos de recursos didáticos que favorecem a construção de conceitos e propriedades geométricas, contudo, optamos por propor atividades de Provas Experimentais por considerarmos que essa estratégia de ensino contempla um olhar reflexivo sobre a ação pedagógica, tanto em seus aspectos cognitivos como didáticos. Buscamos, na construção dessas Provas Experimentais, mostrar que é possível produzir atividades de argumentação com recursos que estão ao alcance do professor na sala de aula.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BALACHEFF, Nicolas. *Processus de preuve et situations de validation. Educational Studies In Mathematics.* In: ***International Journal***. v. 2, n. 18, p.147-176, maio 1987.

BALACHEFF, Nicolas. Procesos de prueba em los alumnos de Matemática s. Tradução: Pedro Gómes. Bogotá: Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A., 2000.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Filosofia da educação Matemática**: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo: UNESP, 2010.

CABRAL, Sabrina A. Boldrini. **Desenvolvendo o pensamento argumentativo geométrico: construindo práticas investigativas**. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica, Belo Horizonte, 2017.

CHAUÍ, Marilena. **Convite à filosofia**. São Paulo: Ática, 2000.

COSTA, Gustavo A. T. F. da. O cone e as cônicas. **Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina** n.4, p. 77-89, 2007.

FETISSOV, A. I. **A demonstração em geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

GASPAR, Alberto. **Experiências de Ciências:** para o ensino fundamental. São Paulo: Ática, 2005.

GAZIRE, Eliane Scheid**. O não resgate das geometrias.** 2000. 217 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

HANNA, Gila. *Proof, explanation and exploration: an overview.* ***Educational studies in mathematics***. Canadá, v. 44, n. 1, p.5-23, 2000.

LAKATOS, Imre. **A lógica do descobrimento matemático:** provas e refutações. Tradução de Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

LORENZATO, Sérgio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de Professores.** São Paulo: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

NASSER, Lilian; TINOCO, Lucia A. de A. **Argumentação e provas no ensino de Matemática.** Rio de Janeiro: UFRJ/projeto Fundão, 2003.

SILVA, A.; RÊGO, R. Matemática e literatura infantil: um estudo sobre a formação do conceito de multiplicação. In: BRITO, M.R.F. (Org.) **Solução de Problemas e a Matemática Escolar**. Campinas: Alínea, p. 207-236,2006.